

# 基于合作竞争关系的不确定多智能体系统在半马尔可夫切换下的领导跟随一致性研究

张玲侠, 张玉林

重庆城市科技学院 重庆

**【摘要】**基于合作竞争关系, 讨论了不确定多智能体系统在半马尔可夫切换下的领导跟随一致性问题。针对不确定多智能体系统, 构造了包含合作竞争关系和半马尔可夫切换拓扑结构以及误差系数的多智能体系统指数均方一致性协议。通过该协议, 多智能体系统的领导跟随一致性问题被转换为具有时变延迟的一类马尔可夫跳跃系统的稳定性问题。通过构造李雅普诺夫函数方法和采用弱无穷小算子的方法, 推导出稳定性结论。使得系统实现领导跟随指数均方一致性。基于该结论, 通过求解线性矩阵不等式来获得控制器增益。仿真实例说明了理论结果的有效性。

**【关键词】**领导跟随; 半马尔可夫切换; 合作竞争关系; 不确定系统; 指数均方一致性

**【基金项目】**蓄冷式冷藏厢结构传热机理及优化设计研究项目(2022yc-jckx20015); 基于离散型制造系统MES系统研究与应用(KJZD-K202202502)

**【收稿日期】**2024年2月14日

**【出刊日期】**2024年4月23日

**【DOI】**10.12208/j.jjea.20240003

## The leader-following consensus of uncertain multi-agent system under semi-Markov switching in cooperative and competitive networks

Lingxia Zhang, Yulin Zhang

Chongqing Metropolitan College of Science and Technology, Chongqing

**【Abstract】** Based on cooperative-competitive relation, the leader-following consensus of uncertain multi-agent system (UMAS) under semi-Markov switching has been discussed. For UMAS, an exponential mean-square consensus protocol with cooperative-competitive relation, semi-Markov switching topology and error coefficient has been designed. Through the protocol, the leader-following consensus problem of UMAS can be converted into a stability problem of Markov jump system with a time-varying delay. Stability conclusions have been derived by constructing the Lyapunov function and using the weak infinitesimal operator. This has enabled the system to achieve leader-following exponential average-square consensus. Based on this conclusion, the controller gain has been obtained by solving the linear matrix inequality. Simulation examples illustrate the validity of theoretical results.

**【Keywords】** Leader-following; Semi-Markov switching; Cooperative-competitive relation; UMAS; exponential mean-square consensus

### 1 引言

因多智能体系统在智能交通控制、智能电网和互联网安全等领域存在巨大的应用价值, 多智能体系统研究已经成为复杂系统理论研究的一个热点问题。一致性作为多智能体系统研究的首要问题, 即通过设计合适的分布式控制协议来协调和控制多智能体系统, 从而使整个多智能体的状态或速度达到

一致。

目前, 多智能体系统一致性问题的研究已经取得很多成果。一致性问题有很多种, 文献<sup>[1]</sup>进行了群集系统分群一致性研究。文献<sup>[2]</sup>基于事件触发机制, 分析了多智能体时滞的一致性。文献<sup>[3]</sup>研究了随机采样时间下多智能体系统的  $H_\infty$  共识。文献<sup>[4]</sup>和<sup>[5]</sup>则研究了多智能体系统领导-跟随一致性控制。在这

些一致性问题中, 领导跟随一致性是一个有趣的话题。对于有领导者参与的多智能体系统, 领导者与跟随者是相互独立的。跟随者的信息更新受领导者影响。通过控制领导者的状态变化, 可以实现控制跟随者状态变化的目标。这样多智能体系统中领导者和跟随者通过信息交换达成的一致性称为领导跟随一致性。

在现有许多有关多智能体系统领导跟随一致性问题的研究中, 大多假定研究对象为确定性系统, 即系统中每个智能体具有确定的动力学性质<sup>[6-8]</sup>。然而, 在实际情况下, 多智能体系统中智能体的动力学性质往往具有一定的不确定性。因此研究不确定系统的一致性是有必要的。此外, 多智能体之间的关系主要有合作关系和竞争关系。基于群体一致性问题的智能体之间的合作关系是指智能体间相互协作使得自身目标状态彼此接近。在共识协议中, 智能体之间的合作关系可以通过通信图中边的非负权重来表示。后来, 学者们考虑了群体内的另一种关系, 即竞争关系。这一想法主要来自于竞争物种的存在和自然界中的同类相食的现象。智能体之间的竞争关系描述智能体远离彼此以达成一致性。它可以通过通信图中边的负权重来表示。针对多智能体系统中智能体间关系的研究, 现有的成果一般都假定智能体之间的关系为合作或竞争关系。文献<sup>[9]</sup>讨论了具有时延的竞争网络中异质多智能体系统分组一致。文献<sup>[10]</sup>基于小波近似思想, 研究了网络中的合作机制算法。然而, 在自然界中, 竞争关系和合作关系往往并存。文献<sup>[11]</sup>研究了拓扑结构可分为两个子网的合作-竞争多智能体系统分组一致问题。文献<sup>[12]</sup>研究了具有合作-竞争机制的时滞离散加权异质多智能体系统分组一致, 并且采用频域分析法获得了确保多智能体系统能够达到分组一致时通信和输入时延范围。此外, 根据系统网络拓扑结构切换方式不同, 大部分成果都假定系统拓扑结构是固定的<sup>[13-14]</sup>。

实际上, 在多智能体系统运行期间, 多智能体系统往往会受到来自内部或外部一些突发或未知随机因素影响, 从而导致系统拓扑结构会随着时间改变。鉴于马尔可夫链可以很好地描述随机切换, 因此它被广泛应用到具有不确定事件发生的场景, 如图像处理, 多模态制造和滤波检测等<sup>[15-16]</sup>。不仅如此, 基于马尔可夫切换多智能体系统一致性研究也

越来越引起众多学者关注, 并取得很多重要成果。文献<sup>[17]</sup>研究了具有马尔可夫切换的通信拓扑下异质连续时间多智能体系统输出一致性问题。文献<sup>[18]</sup>讨论了在噪声环境下具有马尔可夫切换连续时间多智能体系统均方一致问题。但是, 对于实际应用来说, 马尔可夫切换停留时间要求过于严格, 结果有一定的保守性。因此, 采用半马尔可夫随机过程来取代马尔可夫随机过程来描述拓扑结构的切换更加具有一般性。半马尔可夫过程依据一个马尔可夫链改变状态, 它根据马尔可夫过程的转移概率矩阵实现系统从状态  $i$  到另一个状态  $j$  的转换, 但是系统在状态  $i$  的等待时间可能是任意随机变量。离散时间和连续时间马尔可夫过程是半马尔可夫过程的特殊情况。因此, 半马尔可夫过程提供了一个比马尔可夫过程更通用的概率系统模型。同样, 由于系统在运行过程中会遭受到各种不确定因素的影响, 从而对系统的精度造成影响, 控制器引入容错控制策略是非常有必要的。换句话说, 需要构建一个容错控制器, 以提高系统可抵抗外部干扰。

综上所述, 针对多智能体系统领导跟随一致性研究, 虽取得很多成果, 但这些成果主要基于确定性系统、合作或竞争关系、网络拓扑固定等强条件下得到。而在许多实际多智能体系统中, 系统具有不确定性, 合作竞争关系始终存在, 且多智能体系统含有多个子拓扑结构, 这些拓扑结构之间是随机切换的。因此, 在研究多智能体系统领导跟随一致性问题时, 有必要同时考虑系统不确定性、合作竞争关系以及随机切换等实际因素。

本文基于合作竞争关系, 讨论了不确定多智能体系统在半马尔可夫切换下的领导跟随一致性问题。针对不确定多智能体系统, 构造了包含合作竞争关系和半马尔可夫切换拓扑结构以及误差系数的多智能体系统指数均方一致性协议。通过构造李雅普诺夫函数方法和采用弱无穷小算子的方法, 推导出稳定性结论。使得系统实现领导跟随指数均方一致性。仿真实例说明了理论结果的有效性。

## 2 预备知识

本节将介绍一些和本文推导有关的一些基础知识、定义和引理。

### 2.1 半马尔可夫过程模型

假定  $\{\Omega, \mathcal{F}, P\}$  是一个完备概率空间, 其中  $\Omega$  代

表样本空间,  $F$  代表事件集合,  $P$  表示事件概率。设半马尔可夫过程  $\sigma(t)$  在给定的集合  $\Theta = \{1, 2, \dots, q\}$  中取值, 转移概率阵  $\Pi(\mathcal{G}) = \{\lambda_{rs}(\mathcal{G})\}$  定义如下:

$$\Pr\{\sigma(t+\mathcal{G})=s \mid \sigma(t)=r\} = \begin{cases} \lambda_{rs}(\mathcal{G})\mathcal{G} + o(\mathcal{G}), r \neq s, \\ \lambda_{rs}(\mathcal{G})\mathcal{G} + o(\mathcal{G}) + 1, r = s \end{cases}$$

其中  $\lim_{\mathcal{G} \rightarrow 0} (o(\mathcal{G})/\mathcal{G}) = 0$ ,  $\lambda_{rs}(\mathcal{G}) > 0 (r \neq s)$  是由在  $t$  时刻模态为  $r$  转移到在  $t+\mathcal{G}$  时刻模态为  $s$  的转移速率, 且  $\lambda_{rr}(\mathcal{G}) = -\sum_{s \in \Theta, s \neq r} \lambda_{rs}(\mathcal{G})$ 。

## 2.2 图论基础

$G = (V, E, A)$  表示一个图,  $V = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  表示图  $G$  的  $n$  个结点构成的集合,  $E \subseteq V \times V$  为图  $G$  的边集, 其元素  $e_{ij} = (v_j, v_i) \in V \times V$ 。矩阵  $A = [a_{ij}] \in \mathbb{R}^{n \times n}$  是图  $G$  的邻接矩阵, 当  $(v_i, v_j) \in E$  时,  $a_{ij} = 1$ , 否则  $a_{ij} = 0$ 。此外, 节点  $v_i$  的邻居可表示为  $N_i = \{v_j \in V : (v_j, v_i) \in E\}$ 。图  $G$  的拉普拉斯矩阵可表示为  $L(G) = [l_{ij}] \in \mathbb{R}^{n \times n}$ , 它的元素取值如下:

$$l_{ij} = \begin{cases} -a_{ij}, j \neq i \\ \sum_{j=1, j \neq i}^n a_{ij}, j = i \end{cases}$$

## 2.3 领导跟随不确定系统

在本文中研究的不确定系统状态方程如下:

$$\begin{cases} \dot{x}_i(t) = (A + \Delta A)x_i(t) + (B + \Delta B)u_i(t) + (C + \Delta C)\tilde{f}(x_i(t)) \\ \dot{x}_0(t) = (A + \Delta A)x_0(t) + (C + \Delta C)\tilde{f}(x_0(t)) \end{cases} \quad (1)$$

$x_i$  表示第  $i$  个智能体位置向量,  $\tilde{f}(x_i(t))$  表示第  $i$  个智能体的非线性位置向量。 $u_i$  表示第  $i$  个智能体输入控制向量。 $x_0$  表示领导者位置向量,  $\tilde{f}(x_0(t))$  表示领导者的非线性位置向量。

假设 1: 假设  $\tilde{f}(x(t))$  是相对于  $t$  均匀利普希茨连续的, 即存在一个正常数  $\alpha$  使得对于任意  $x, y \in \mathbb{R}^n$ , 有以下不等式成立:

$$\|\tilde{f}(x(t)) - \tilde{f}(y(t))\| \leq \alpha \|x - y\|$$

系统中共有  $N$  个智能体, 前  $M$  个智能体为一组, 后  $N - M$  个智能体为一组, 同组之间的智能体为合作关系, 不同组之间的智能体为竞争关系。

$x_i(t) \in \mathbb{R}^n$  是第  $i$  个智能体状态向量,  $u_i(t) \in \mathbb{R}^m$  表示第  $i$  个智能体控制输入,  $\tilde{f}(x_i(t)) \in \mathbb{R}^n$  是系统中的非线性部分,  $\Delta A, \Delta B, \Delta C$  是系统参数未知的部分,

他们满足如下关系:

$$[\Delta A \quad \Delta B \quad \Delta C] = HF(t) \begin{bmatrix} E^1 & E^2 & E^3 \end{bmatrix}$$

其中,  $F^T(t)F(t) \leq I$ 。

$$H \in \mathbb{R}^{n \times s} \quad F(t) \in \mathbb{R}^{s \times l} \quad E^1 \in \mathbb{R}^{l \times n} \quad E^2 \in \mathbb{R}^{l \times m} \quad E^3 \in \mathbb{R}^{l \times n}。$$

定义新的度矩阵为:

$$D_{ij} = (d_{ij}) \in \mathbb{R}^{N \times N} = \begin{cases} \sum_{j \in N_{S_i}} a_{ij} + \sum_{j \in N_{D_i}} a_{ij}, & i = j \\ 0, & i \neq j \end{cases}$$

则带有竞争合作关系的拉普拉斯矩阵可以被重新定义如下:

$$\begin{aligned} L &= D - \bar{A} = \begin{bmatrix} L_{11} + D_{12} & -\bar{A}_{12} \\ -\bar{A}_{21} & L_{22} + D_{21} \end{bmatrix} \\ &= (l_{ij}) \in \mathbb{R}^{N \times N} \\ &= \begin{cases} \sum_{j \in N_{S_i}} a_{ij} + \sum_{j \in N_{D_i}} a_{ij}, & i = j \\ -a_{ij}, & i \neq j \end{cases} \end{aligned}$$

## 2.4 引理

引理 1<sup>[19]</sup>: 存在正数矩阵  $R > 0 \in \mathbb{R}^{n \times n}$ , 标量  $\tau > 0$  以及向量函数  $\dot{\varepsilon}: [-\tau, 0] \rightarrow \mathbb{R}^n$ , 则下列积分不等式成立:

$$\begin{aligned} & -\tau \int_{t-\tau}^t \dot{\varepsilon}^T(s) R \dot{\varepsilon}(s) ds \\ & \leq -[\varepsilon(t) - \varepsilon(t-\tau)]^T R [\varepsilon(t) - \varepsilon(t-\tau)] \end{aligned}$$

引理 2<sup>[20]</sup>: 对于任意正数矩阵  $R > 0 \in \mathbb{R}^{n \times n}, Y \in \mathbb{R}^{n \times k}$ , 时变函数  $\tau(t)$  满足  $0 < \tau(t) \leq \tau_M$ , 且有向量函数  $\dot{\varepsilon}: [-\tau_M, 0] \rightarrow \mathbb{R}^n$ , 令  $\int_{t-\tau(t)}^t \dot{\varepsilon}(s) ds = E\varphi(t)$ , 其中  $E \in \mathbb{R}^{n \times k}$  且  $\varphi(t) \in \mathbb{R}^k$ , 则有如下不等式成立:

$$\begin{aligned} & -\int_{t-\tau(t)}^t \dot{\varepsilon}^T(s) R \dot{\varepsilon}(s) ds \\ & \leq \varphi^T(t) (\tau(t) Y^T R^{-1} Y - E^T Y - Y^T E) \varphi(t) \end{aligned}$$

## 3 主要结果

### 3.1 领导跟随不确定多智能体系统一致性分析

这部分, 主要研究半马尔可夫切换下的领导跟随不确定多智能体系统一致性, 首先作出如下说明:

(1) 采样器由时间驱动, 且每个智能体的状态在采样时间  $t_k$  处被更新, 存在正数  $h$  满足  $0 < t_{k+1} - t_k = h_k \leq h, \forall k > 0$ 。

(2) 所有的采样数据在经过通信网络时都会产生一个通信时滞  $\tau$ ,  $\tau$  是一个大于 0 的正数。

针对不确定多智能体系统 (1) 设计系统控制协议如下:

$$u_i(t) = K_{\sigma(t_k)} \tilde{F} \left\{ \sum_{j \in N_-^{\sigma(t_k)}} a_{ij}^{\sigma(t_k)} [x_j(t_k) - x_i(t_k)] - \sum_{j \in N_+^{\sigma(t_k)}} a_{ij}^{\sigma(t_k)} [x_i(t_k) + x_j(t_k)] + m_i [x_i(t_k) - x_0(t_k)] \right\} \quad (2)$$

其中  $t_k + \tau \leq t < t_{k+1} + \tau$ ,  $k$  是正整数。

其中误差系数定义如下:

$$\tilde{F}_v = \text{diag} \{ \tilde{f}_v^1, \tilde{f}_v^2, \dots, \tilde{f}_v^\ell \}$$

其中  $0 \leq \tilde{f}_v^- \leq \tilde{f}_v \leq \tilde{f}_v^+ \leq 1, l = 1, 2, \dots, \ell$ , 其中

$\tilde{f}_v^-$  和  $\tilde{f}_v^+$  是正实数。

若

$$f_v^t = \frac{\tilde{f}_v^- + \tilde{f}_v^+}{2}$$

$$g_v^t = \frac{\tilde{f}_v^- - \tilde{f}_v^+}{f_v^t}$$

$$\hat{j}_v^t = \frac{\tilde{f}_v^+ - \tilde{f}_v^-}{\tilde{f}_v^+ + \tilde{f}_v^-}$$

则  $\tilde{F}_v = F_v(I + G_v), |G_v| \leq J_v \leq I$ 。

其中:

$$F_v = \text{diag} \{ f_v^1, f_v^2, \dots, f_v^N \}, |G_v| = \text{diag} \{ |g_v^1|, |g_v^2|, \dots, |g_v^\ell| \},$$

$$J_v = \text{diag} \{ \hat{j}_v^1, \hat{j}_v^2, \dots, \hat{j}_v^\ell \}$$

设  $\varepsilon_i(t) = x_i(t) - x_0(t)$ ,

$$\begin{aligned} u_i(t) - u_0(t) &= K_{\sigma(t_k)} F_v (I + G_v) \left[ \sum_{j \in N_-^{\sigma(t_k)}} a_{ij}^{\sigma(t_k)} [\varepsilon_j(t_k) - \varepsilon_i(t_k)] \right. \\ &\quad \left. - \sum_{j \in N_+^{\sigma(t_k)}} a_{ij}^{\sigma(t_k)} [\varepsilon_i(t_k) + \varepsilon_j(t_k)] + m_i \varepsilon_i(t_k) \right] \end{aligned}$$

令

$$M = \text{diag} \{ m_1, m_1, \dots, m_N \} \in \mathbb{R}^{N \times N}$$

则当智能体属于第一组时有:

$$\begin{aligned} \bar{u}_1(t) &= K_{\sigma(t_k)} F_v (I + G_v) \left\{ \sum_{j \in N_-^{\sigma(t_k)}} a_{ij}^{\sigma(t_k)} [\varepsilon_i(t_k) - \varepsilon_j(t_k)] \right. \\ &\quad \left. - \sum_{j \in N_+^{\sigma(t_k)}} a_{ij}^{\sigma(t_k)} [\varepsilon_i(t_k) + \varepsilon_j(t_k)] + m_i \varepsilon_i(t_k) \right\} \\ &= -[(L_{11}^{\sigma(t_k)} + D_{12}^{\sigma(t_k)}) \varepsilon_1(t_k) + \bar{A}_{12}^{\sigma(t_k)} \varepsilon_2(t_k) \\ &\quad - M_1^{\sigma(t_k)} \varepsilon_1(t_k)] \otimes K_{\sigma(t_k)} F_v (I + G_v) \end{aligned}$$

当智能体属于第二组时有:

$$\begin{aligned} \bar{u}_2(t) &= -[\bar{A}_{21}^{\sigma(t_k)} \varepsilon_1(t_k) + (L_{22}^{\sigma(t_k)} + D_{21}^{\sigma(t_k)}) \varepsilon_2(t_k) \\ &\quad - M_2^{\sigma(t_k)} \varepsilon_2(t_k)] \otimes K_{\sigma(t_k)} F_v (I + G_v) \end{aligned}$$

则

$$\bar{u}(t) = - \begin{bmatrix} L_{11}^{\sigma(t_k)} + D_{12}^{\sigma(t_k)} - M_1^{\sigma(t_k)} & \bar{A}_{12}^{\sigma(t_k)} \\ \bar{A}_{21}^{\sigma(t_k)} & L_{22}^{\sigma(t_k)} + D_{21}^{\sigma(t_k)} - M_2^{\sigma(t_k)} \end{bmatrix} \otimes K_{\sigma(t_k)} F_v (I + G_v) \varepsilon(t_k)$$

定义矩阵

$$\begin{aligned} H_{\sigma(t_k)} &= \begin{bmatrix} L_{11}^{\sigma(t_k)} + D_{12}^{\sigma(t_k)} - M_1^{\sigma(t_k)} & \bar{A}_{12}^{\sigma(t_k)} \\ \bar{A}_{21}^{\sigma(t_k)} & L_{22}^{\sigma(t_k)} + D_{21}^{\sigma(t_k)} - M_2^{\sigma(t_k)} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

则有

$$\bar{u}(t) = -H_{\sigma(t_k)} \otimes K_{\sigma(t_k)} F_v (I + G_v) \varepsilon(t_k)$$

设存在时延  $d_k(t) = t - t_k$ ,  $t \in [t_k + \tau, t_{k+1} + \tau)$ , 且原动态方程可以变为:

$$\begin{aligned} \dot{\varepsilon}(t) &= I_N \otimes (A + \Delta A) \varepsilon(t) \\ &\quad - H_{\sigma} \otimes (B + \Delta B) K_{\sigma} F_v (I + G_v) \varepsilon(t - d_k(t)) \\ &\quad + I_N \otimes (C + \Delta C) \tilde{f}(\varepsilon(t)) \end{aligned}$$

其中

$$\tilde{f}(\varepsilon_i(t)) = \tilde{f}(x_i(t)) - \tilde{f}(x_0(t)), \quad \sigma = \sigma(t_k)$$

设状态  $\varepsilon(t)$  的初始条件为  $\varepsilon(\theta) = \phi(\theta)$ ,  $\theta \in [-\tau - h, 0]$ ,

$\phi(0) = \varepsilon(0) = [\varepsilon_1^T(0), \varepsilon_2^T(0), \dots, \varepsilon_N^T(0)]^T$ ,  $\phi \in W$  其中  $W$  是具有平方可积导数和范数的绝对连续函数的巴拿赫空间,  $[-\tau - h, 0] \rightarrow \mathbb{R}^{Nn}$

$$\|\phi\|_W = \max_{\theta \in [-\tau - h, 0]} \|\phi(\theta)\| + \left[ \int_{-\tau - h}^0 \|\dot{\phi}(s)\|^2 ds \right]^{\frac{1}{2}}$$

定义 1: 多智能体系统(1)与协议(2)达到领导跟

随指数均方一致性如果带有初始条件的误差系统是指数均方稳定的, 即存在常量  $\lambda > 0$  且  $\beta > 0$  使得:

$$\mathbb{E}\{\|\varepsilon(t)\|^2\} \leq \lambda e^{-\beta t} \sup_{-\tau-h \leq \theta \leq 0} \mathbb{E}\{\|\phi(\theta)\|^2\}$$

定理 1: 对于给定的向量  $h > 0, \tau > 0$  和  $\alpha > 0$ , 若存在实矩阵  $P_\sigma > 0 (\sigma = 1, 2, \dots, q)$ ,  $Q_1 > 0$ ,  $Q_2 > 0$ ,  $R_1 > 0$ ,  $R_2 > 0$  以及合适维度的矩阵  $Y_k (k = 1, k = 2)$  使得如下不等式成立:

$$\Psi_{\sigma k} = \begin{bmatrix} \Gamma_\sigma & \Lambda_\sigma^T (\tau^2 R_1 + h R_2) & h Y_k^T \\ * & -(\tau^2 R_1 + h R_2) & 0 \\ * & * & -h R_2 \end{bmatrix} < 0$$

其中, 对于  $\sigma = 1, 2, \dots, q$  和  $k = 1, 2$ , 有

$$\begin{aligned} \Gamma_\sigma &= \mathcal{E}_1^T \left[ \sum_{s=1}^q \lambda_{\sigma s}(\vartheta) P_s + Q_1 + \alpha^2 I_{Nn} \right] \mathcal{E}_1 \\ &+ \mathcal{E}_1^T P_\sigma \Lambda_\sigma + \Lambda_\sigma^T P_\sigma \mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2^T \mathcal{E}_2 \\ &+ \mathcal{E}_4^T (Q_2 - Q_1) \mathcal{E}_4 - \mathcal{E}_5^T Q_2 \mathcal{E}_5 \\ &- \mathcal{E}_{14}^T R_1 \mathcal{E}_{14} - \mathcal{E}_{35}^T Y_1 - Y_1^T \mathcal{E}_{35} - \mathcal{E}_{43}^T Y_2 - Y_2^T \mathcal{E}_{43} \\ \Lambda_\sigma &= I_N \otimes (A + \Delta A) \mathcal{E}_1 + I_N \otimes (C + \Delta C) \mathcal{E}_2 \\ &- H_\sigma \otimes (B + \Delta B) K_\sigma F_v (I + G_v) \mathcal{E}_3 \end{aligned}$$

证明: 取李雅普诺夫函数为:

$$V(t, \varepsilon_t, \dot{\varepsilon}_t) = \sum_{i=1}^3 V_i(t, \varepsilon_t, \dot{\varepsilon}_t)$$

$$V_1(t, \varepsilon_t, \dot{\varepsilon}_t) = \varepsilon^T(t) P_\sigma \varepsilon(t)$$

$$V_2(t, \varepsilon_t, \dot{\varepsilon}_t) = \int_{t-\tau}^t \varepsilon^T(s) Q_1 \varepsilon(s) ds + \int_{t-h-\tau}^{t-\tau} \varepsilon^T(s) Q_2 \varepsilon(s) ds$$

$$V_3(t, \varepsilon_t, \dot{\varepsilon}_t) = \tau \int_{-\tau}^0 \int_{t+\theta}^t \dot{\varepsilon}^T(s) R_1 \dot{\varepsilon}(s) ds d\theta$$

$$+ \int_{-h-\tau}^{-\tau} \int_{t+\theta}^t \dot{\varepsilon}^T(s) R_2 \dot{\varepsilon}(s) ds d\theta$$

$$\varepsilon_i(\theta) = \varepsilon(t + \theta), \theta \in [-h - \tau, 0], P_\sigma > 0 (\sigma = 1, 2, \dots, q), Q_1 > 0, Q_2 > 0$$

$R_1 > 0, R_2 > 0$ , 为简单起见

$$\psi(t) = [\varepsilon^T(t), \tilde{f}^T(\varepsilon(t)), \varepsilon^T(t - d_k(t)), \varepsilon^T(t - \tau), \varepsilon^T(t - h - \tau)]^T$$

令  $\mathcal{E}_i$  是块输入矩阵, 有  $\mathcal{E}_{ij} = \mathcal{E}_i - \mathcal{E}_j$ , 例如  $\mathcal{E}_1 = [I_{Nn}, 0, 0, 0, 0]$  且  $\mathcal{E}_{35} = [0, 0, I_{Nn}, 0, -I_{Nn}]$ .

定义函数  $V(t, \varepsilon_t, \dot{\varepsilon}_t)$  的弱无穷小算子如下:

$$\mathcal{L}V(t, \varepsilon_t, \dot{\varepsilon}_t) = \lim_{\Delta \rightarrow 0^+} \frac{1}{\Delta} \{ \mathbb{E}\{V(t + \Delta, \varepsilon_{t+\Delta}, \dot{\varepsilon}_{t+\Delta}) | \varepsilon_t, \sigma = r\} - V(t, \varepsilon_t, \dot{\varepsilon}_t) \}$$

则可将李亚普诺夫函数处理如下:

$$\mathcal{L}V(t, \varepsilon_t, \dot{\varepsilon}_t) = \sum_{i=1}^3 \mathcal{L}V_i(t, \varepsilon_t, \dot{\varepsilon}_t)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{L}V_1(t, \varepsilon_t, \dot{\varepsilon}_t) &= 2\varepsilon^T(t) P_\sigma \dot{\varepsilon}(t) + \varepsilon^T(t) \sum_{s=1}^q \lambda_{\sigma s}(\vartheta) P_s \varepsilon(t) \\ &= 2\varepsilon^T(t) P_\sigma [I_N \otimes (A + \Delta A)] \varepsilon(t) \\ &- H_\sigma \otimes (B + \Delta B) K_\sigma F_v (I + G_v) \varepsilon(t - d_k(t)) + I_N \otimes (C + \Delta C) \tilde{f}(\varepsilon(t)) \\ &+ \varepsilon^T(t) \sum_{s=1}^q \lambda_{\sigma s}(\vartheta) P_s \varepsilon(t) \\ &= 2\psi^T(t) \mathcal{E}_1^T \{ P_\sigma [I_N \otimes (A + \Delta A)] \mathcal{E}_1 + I_N \otimes (C + \Delta C) \mathcal{E}_2 \\ &- H_\sigma \otimes (B + \Delta B) K_\sigma F_v (I + G_v) \mathcal{E}_3 + \frac{1}{2} \sum_{s=1}^q \lambda_{\sigma s}(\vartheta) P_s \mathcal{E}_1 \} \psi(t) \\ &= 2\psi^T(t) \mathcal{E}_1^T (P_\sigma \Lambda_\sigma + \frac{1}{2} \sum_{s=1}^q \lambda_{\sigma s}(\vartheta) P_s \mathcal{E}_1) \psi(t) \\ \mathcal{L}V_2(t, \varepsilon_t, \dot{\varepsilon}_t) &= \varepsilon^T(t) Q_1 \varepsilon(t) - \varepsilon^T(t - \tau) Q_1 \varepsilon(t - \tau) + \varepsilon^T(t - \tau) Q_2 \varepsilon(t - \tau) \\ &- \varepsilon^T(t - h - \tau) Q_2 \varepsilon(t - h - \tau) \\ &= \psi^T(t) [\mathcal{E}_1^T Q_1 \mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_4^T (Q_2 - Q_1) \mathcal{E}_4 - \mathcal{E}_5^T Q_2 \mathcal{E}_5] \psi(t) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathcal{L}V_3(t, \varepsilon_t, \dot{\varepsilon}_t) &= [I_N \otimes (A + \Delta A) \varepsilon(t) + I_N \otimes (C + \Delta C) \tilde{f}(\varepsilon(t)) \\ &- H_\sigma \otimes (B + \Delta B) K_\sigma F_v (I + G_v) \varepsilon(t - d_k(t))]^T \tau^2 R_1 [I_N \otimes (A + \Delta A) \varepsilon(t) \\ &+ I_N \otimes (C + \Delta C) \tilde{f}(\varepsilon(t)) - H_\sigma \otimes (B + \Delta B) K_\sigma F_v (I + G_v) \varepsilon(t - d_k(t))] \\ &+ [I_N \otimes (A + \Delta A) \varepsilon(t) + I_N \otimes (C + \Delta C) \tilde{f}(\varepsilon(t)) \\ &- H_\sigma \otimes (B + \Delta B) K_\sigma F_v (I + G_v) \varepsilon(t - d_k(t))]^T h R_2 [I_N \otimes (A + \Delta A) \varepsilon(t) \\ &+ I_N \otimes (C + \Delta C) \tilde{f}(\varepsilon(t)) - H_\sigma \otimes (B + \Delta B) K_\sigma F_v (I + G_v) \varepsilon(t - d_k(t))] \\ &+ \tau \int_{t-\tau}^t \dot{\varepsilon}^T(s) R_1 \dot{\varepsilon}(s) ds - \int_{t-\tau-h}^{t-\tau} \dot{\varepsilon}^T(s) R_2 \dot{\varepsilon}(s) ds \\ &= \psi^T(t) \Lambda_\sigma^T (\tau^2 R_1 + h R_2) \Lambda_\sigma \psi(t) + \eta_1 + \eta_2 \end{aligned}$$

其中

$$\eta_1 = -\tau \int_{t-\tau}^t \dot{\varepsilon}^T(s) R_1 \dot{\varepsilon}(s) ds$$

$$\eta_2 = -\int_{t-\tau-h}^{t-\tau} \dot{\varepsilon}^T(s) R_2 \dot{\varepsilon}(s) ds$$

$$\begin{aligned} \Lambda_\sigma &= I_N \otimes (A + \Delta A) \mathcal{E}_1 + I_N \otimes (C + \Delta C) \mathcal{E}_2 \\ &- H_\sigma \otimes (B + \Delta B) K_\sigma F_v (I + G_v) \mathcal{E}_3 \end{aligned}$$

根据引理 1, 有:

$$\eta_1(t) \leq -\psi^T(t) \mathcal{E}_{14}^T R_1 \mathcal{E}_{14} \psi(t)$$

注意到

$$\eta_2 = -\int_{t-\tau-h}^{t-d_k(t)} \dot{\varepsilon}^T(s) R_2 \dot{\varepsilon}(s) ds - \int_{t-d_k(t)}^{t-\tau} \dot{\varepsilon}^T(s) R_2 \dot{\varepsilon}(s) ds$$

根据引理 2,

$$\eta_2 \leq \psi^T(t) \left\{ (\tau + h - d_k(t)) Y_1^T R_2^{-1} Y_1 - \mathcal{E}_{35}^T Y_1 - Y_1^T \mathcal{E}_{35} \right. \\ \left. + (d_k(t) - \tau) Y_2^T R_2^{-1} Y_2 - \mathcal{E}_{43}^T Y_2 - Y_2^T \mathcal{E}_{43} \right\} \psi(t)$$

根据假设 1,

$$\|\tilde{f}(x_i(t)) - \tilde{f}(x_0(t))\| \leq \alpha \|x_i(t) - x_0(t)\|$$

相当于:

$$\tilde{f}(\varepsilon(t))^T \tilde{f}(\varepsilon(t)) \leq \alpha^2 \varepsilon^T(t) \varepsilon(t)$$

综合上式,  $t \in [t_k + \tau, t_{k+1} + \tau)$  当取数学期望可得:

$$\mathbb{E}\{\mathcal{L}V(t, \varepsilon_t, \dot{\varepsilon}_t)\} \leq \mathbb{E}\{\psi^T(t) \Sigma_\sigma \psi(t)\}$$

$$\Sigma_\sigma = \Gamma_\sigma + \Lambda_\sigma^T (\tau^2 R_1 + h R_2) \Lambda_\sigma \\ + (h + \tau - d_k(t)) Y_1^T R_2^{-1} Y_1 + (d_k(t) - \tau) Y_2^T R_2^{-1} Y_2$$

其中  $\Gamma_\sigma + \Lambda_\sigma^T (\tau^2 R_1 + h R_2) \Lambda_\sigma + h Y_k^T R_2^{-1} Y_k < 0$

显然, 如果  $\Sigma_\sigma < 0$ , 则存在一个足够小的正数  $c_1$ , 使得  $\mathbb{E}\{\mathcal{L}V(t, \varepsilon_t, \dot{\varepsilon}_t)\} \leq -c_1 \mathbb{E}\{\|\varepsilon(t)\|^2\}$ , 则系统 xxx 均方稳定。

定义一个新函数  $\mathcal{V} = e^{-\omega t} V(t, \varepsilon_t, \dot{\varepsilon}_t)$ , 其中  $\omega$  是待决定的标量

$$\mathcal{L}\mathcal{V} = e^{\omega t} [\omega V(t, \varepsilon_t, \dot{\varepsilon}_t) + \mathcal{L}V(t, \varepsilon_t, \dot{\varepsilon}_t)]$$

将上式的两侧从 0 积分到  $T > 0$ , 并取期望值得,

$$\mathbb{E}\{e^{\omega T} V(T, \varepsilon_T, \dot{\varepsilon}_T)\} - \mathbb{E}\{V(0, \varepsilon_0, \dot{\varepsilon}_0)\} = \int_0^T \omega e^{\omega t} \mathbb{E}\{V(t, \varepsilon_t, \dot{\varepsilon}_t)\} dt \\ + \int_0^T e^{\omega t} \mathbb{E}\{\mathcal{L}V(t, \varepsilon_t, \dot{\varepsilon}_t)\} dt$$

根据文献[20]中类似的方法, 存在标量  $\rho > 0$ , 使得对于  $T \geq 0$  有

$$\mathbb{E}\{V(T, \varepsilon_T, \dot{\varepsilon}_T)\} \leq \rho e^{-\omega T} \sup_{-2(\tau+h) \leq \theta \leq 0} \mathbb{E}\{\|\phi(\theta)\|^2\}$$

由于

$$V(T, \varepsilon_T, \dot{\varepsilon}_T) \geq \kappa \varepsilon^T(T) \varepsilon(T),$$

$$\kappa = \min_{\sigma=1,2,\dots,q} \{\lambda_{\min}(P_r)\}$$

因此有

$$\mathbb{E}\{\|\varepsilon(T)\|^2\} \leq \frac{\rho}{\kappa} e^{-\omega T} \sup_{-2(\tau+h) \leq \theta \leq 0} \mathbb{E}\{\|\phi(\theta)\|^2\}$$

由此根据定义 1, 系统是指数渐进稳定的。注意到  $\Sigma_\sigma$  是  $Y_1^T (I_N \otimes R_2)^{-1} Y_1$  和  $Y_2^T (I_N \otimes R_2)^{-1} Y_2$  在  $d_k(t) \in [\tau, h + \tau]$  的凸组合, 因此如果

$\Gamma_\sigma + \Lambda_\sigma^T (\tau^2 R_1 + h R_2) \Lambda_\sigma + h Y_k^T R_2^{-1} Y_k < 0$ , 则有  $\Sigma_\sigma < 0$ , 对于  $\sigma = 1, 2, \dots, q$  和  $k = 1, 2$ 。

根据舒尔补定理, 可以得到对应的结论。

### 3.2 一致性采样控制器设计

在这个部分中, 我们主要研究采样控制器的设计。

定理 2: 对于给定的标量  $h > 0, \mu > 0, \tau > 0, \alpha > 0$ , 如果存在实数矩阵  $\tilde{P}_\sigma > 0, \tilde{Q}_{1\sigma} > 0, \tilde{Q}_{2\sigma} > 0, \tilde{R}_{1\sigma} > 0, \tilde{R}_{2\sigma} > 0$ , 以及合适维度的矩阵  $\tilde{Y}_k$  和  $\tilde{K}_k$  满足下式, 则多智能体系统 (1) 可以达成全局指数均方一致性。

$$\tilde{\Psi}_{k\sigma} = \begin{bmatrix} \tilde{\Gamma}_\sigma & \tilde{\Lambda}_\sigma^T & \tilde{\Omega}_{2\sigma}^T & \tilde{\Omega}_{3\sigma}^T & h \tilde{Y}_{k\sigma}^T \\ * & \tilde{\Omega}_{\sigma 1} & 0 & 0 & 0 \\ * & * & -\tilde{\Xi}_\sigma & 0 & 0 \\ * & * & * & -I_{Nn} & 0 \\ * & * & * & * & -h \tilde{R}_{2\sigma} \end{bmatrix} < 0$$

其中, 对于  $\sigma = 1, 2, \dots, q$  和  $k = 1, 2$ , 有

$$\tilde{\Gamma}_\sigma = \mathcal{E}_1^T (\tilde{Q}_{1\sigma} + I_N \otimes \lambda_{\sigma\sigma}(\mathcal{G})) \mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_1^T \tilde{\Lambda}_\sigma \\ + \tilde{\Lambda}_\sigma \mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_5^T \tilde{Q}_{2\sigma} \mathcal{E}_5 + \mathcal{E}_2^T (\mu^2 I_{N_n} - 2\mu I_N \otimes \tilde{P}_\sigma) \mathcal{E}_2 \\ + \mathcal{E}_4^T (\tilde{Q}_{2\sigma} - \tilde{Q}_{1\sigma}) \mathcal{E}_4 - \mathcal{E}_{14}^T \tilde{R}_{1\sigma} \mathcal{E}_{14} - \mathcal{E}_{35}^T \tilde{Y}_{1\sigma} \\ - \tilde{Y}_{1\sigma}^T \mathcal{E}_{35} - \mathcal{E}_{43}^T \tilde{Y}_{2\sigma} - \tilde{Y}_{2\sigma}^T \mathcal{E}_{43} \\ \tilde{\Lambda}_\sigma = [I_N \otimes (A + \Delta A)] \tilde{P}_\sigma \mathcal{E}_1 + [I_N \otimes (C + \Delta C)] \tilde{P}_\sigma \mathcal{E}_2 \\ - H_\sigma \otimes (B + \Delta B) \tilde{K}_\sigma F_v (I + G_v) \mathcal{E}_3 \\ \tilde{Q}_{1\sigma} = \mu^2 (\tau^2 \tilde{R}_{1\sigma} + h \tilde{R}_{2\sigma}) - 2\mu I_N \otimes \tilde{P}_\sigma, \\ \tilde{Q}_{2\sigma} = [\sqrt{\lambda_{\sigma 1}(\mathcal{G})} (I_N \otimes \tilde{P}_\sigma), \dots, \sqrt{\lambda_{\sigma(\sigma-1)}(\mathcal{G})} (I_N \otimes \tilde{P}_\sigma), \\ \sqrt{\lambda_{\sigma(\sigma+1)}(\mathcal{G})} (I_N \otimes \tilde{P}_\sigma), \dots, \sqrt{\lambda_{\sigma q}(\mathcal{G})} (I_N \otimes \tilde{P}_\sigma)]^T \mathcal{E}_1 \\ \tilde{\Omega}_{3\sigma} = \alpha (I_N \otimes \tilde{P}_\sigma) \mathcal{E}_1 \\ \tilde{\Xi}_\sigma = \text{diag}\{I_N \otimes \tilde{P}_1, I_N \otimes \tilde{P}_2, \dots, I_N \otimes \tilde{P}_{\sigma-1}, \\ I_N \otimes \tilde{P}_{\sigma+1}, \dots, I_N \otimes \tilde{P}_q\}$$

控制器增益设为

$$K_\sigma = \tilde{K}_\sigma \tilde{P}_\sigma^{-1}$$

证明:

对于任意实对称矩阵  $R$ , 和一个给定的标量  $\mu > 0$ , 有  $(\mu R - P)R^{-1}(\mu R - P) \geq 0$ , 则  $-PR^{-1}P \leq \mu^2 R - 2\mu P$ , 令  $P_\sigma = I_N \otimes U_\sigma$   $10 \times 10$ , 定义  $\tilde{P}_\sigma = U_\sigma^{-1}$ ,

$$\tilde{Q}_{1\sigma} = P_\sigma^{-1} Q_1 P_\sigma^{-1}, \tilde{Q}_{2\sigma} = P_\sigma^{-1} Q_2 P_\sigma^{-1}, \tilde{R}_{1\sigma} = P_\sigma^{-1} R_1 P_\sigma^{-1}, \tilde{R}_{2\sigma} = P_\sigma^{-1} R_2 P_\sigma^{-1},$$

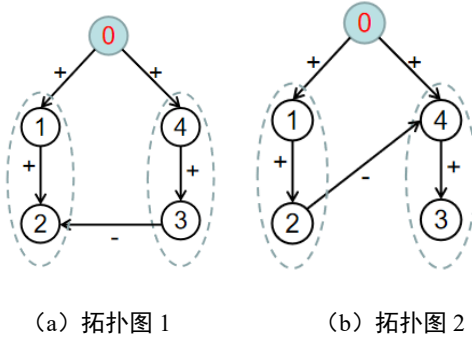
$$S_\sigma = \text{diag}\{\tilde{P}_\sigma^{-1}, \tilde{P}_\sigma^{-1}, \tilde{P}_\sigma^{-1}, \tilde{P}_\sigma^{-1}\}, \tilde{Y}_{k\sigma} = S_\sigma Y_{k\sigma} S_\sigma (k=1,2), \tilde{K}_\sigma = K_\sigma U_\sigma^{-1} \text{ 以及分别用}$$

$\text{diag}\{S_\sigma, (\tau^2 R_{1\sigma} + h R_{2\sigma})^{-1}, P_\sigma^{-1}\}$  前乘和后乘定理 1 中的不等式, 再利用舒尔补定理, 就可以得到定理 2 中的表达式。不等式  $-PR^{-1}P \leq \mu^2 R - 2\mu P$  用于处理  $-P_\sigma^{-1}(\tau^2 \tilde{R}_{1\sigma} + h \tilde{R}_{2\sigma})^{-1} P_\sigma^{-1}$ 。

#### 4 仿真结果

这一部分, 将给出例子来验证所得结论的有效性。

图 1 表示不确定多智能体系统 (1) 的网络拓扑图, 在该图中包含有 3 个不同的子拓扑。在每个子拓扑中, 智能体 1、智能体 2 属于第一组; 智能体 3 和智能体 4 属于第二组。同组智能体之间为合作关系, 不同组智能体之间为竞争关系。智能体 0 为领导者。



(c) 拓扑图 3

图 1 不确定多智能体系统 (1) 的三个网络子拓扑图

例 1: 选择智能体的动态方程参数如下:

$$A = \begin{bmatrix} -0.0112 & -0.2621 & 0.0200 \\ -0.1551 & 0.0964 & 0.1933 \\ -0.0526 & -0.7420 & -0.2139 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0.0012 \\ 0.1015 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 0.0251 & 0 & 0 \\ 0 & 0.0141 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0502 \end{bmatrix}$$

$$\Delta A = \begin{bmatrix} 0.03rand_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0.03rand_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0.03rand_3 \end{bmatrix}$$

$$\Delta B = \begin{bmatrix} 0.05rand_4 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\Delta C = \begin{bmatrix} 0.01rand_5 & 0 & 0 \\ 0 & 0.01rand_6 & 0 \\ 0 & 0 & 0.01rand_7 \end{bmatrix}$$

其中  $rand_i (i=1,2,3,4,5,6,7)$  是  $t$  时在  $[0,1]$  的随机取值, (两个状态都先假设为这个) 非线性部分  $\tilde{f}(x_i(t)) = 0.01 \sin(x_i(t))$   $\tilde{f}(x_0(t)) = 0.01 \sin(x_0(t))$ 。

假设状态转移速度矩阵如下:

$$\Pi(\vartheta) = \begin{bmatrix} \lambda_{11}(\vartheta) & \lambda_{12}(\vartheta) & \lambda_{13}(\vartheta) \\ \lambda_{14}(\vartheta) & \lambda_{15}(\vartheta) & \lambda_{16}(\vartheta) \\ \lambda_{17}(\vartheta) & \lambda_{18}(\vartheta) & \lambda_{19}(\vartheta) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4\vartheta & 2\vartheta & 2\vartheta \\ 3\vartheta & -6\vartheta & 3\vartheta \\ 3\vartheta & 3\vartheta & -6\vartheta \end{bmatrix}$$

设驻留时间遵循韦伯分布根据韦伯分布, 易知其概率密度函数  $f(\vartheta) = \frac{\zeta}{\xi^\zeta} \vartheta^{\zeta-1} \exp[-(\frac{\zeta}{\xi})\vartheta]$ ,  $\vartheta \geq 0$ 。第 1 行的转移概率函数  $2\vartheta$  可以用比例参数  $\xi=1$ , 形状参数  $\zeta=2$  的韦伯分布来描述, 因此其概率密度函数为  $f_1(\vartheta) = 2\vartheta e^{-\vartheta^2}$ , 第 2、3 行的转移概率函数  $3\vartheta$  可以用比例参数  $\xi=1$ , 形状参数  $\zeta=3$  的韦伯分布来描述, 因此其概率密度函数为  $f_2(\vartheta) = 3\vartheta^2 e^{-\vartheta^3}$ 。

故转移速率矩阵的数学期望可表示如下:

$$E\{\Pi(\vartheta)\} = \begin{bmatrix} -3.545 & 1.7725 & 1.7725 \\ 2.7082 & -5.4164 & 2.7082 \\ 2.7082 & 2.7082 & -5.4164 \end{bmatrix}$$

执行器误差函数矩阵计算如下:

$$\tilde{V}_v = \text{diag}\{\tilde{f}_v^1, \tilde{f}_v^2, \tilde{f}_v^3\}, \quad \tilde{f}_v^1 = 0.3, \quad \tilde{f}_v^+ = 0.6,$$

$\tilde{f}_{v^-}^2 = 0.2$ ,  $\tilde{f}_{v^+}^2 = 0.3$ ,  $\tilde{f}_{v^-}^3 = 0.1$ ,  $\tilde{f}_{v^+}^3 = 0.5$ 。经计算得  $\hat{j}_v^1 = 0.33$ ,  $\hat{j}_v^2 = 0.2$ ,  $\hat{j}_v^3 = 0.67$ , 于是可得:

$$\tilde{F}_v = \begin{bmatrix} 0.3015 & 0 & 0 \\ 0 & 0.2011 & 0 \\ 0 & 0 & 0.612 \end{bmatrix}$$

设网络的通信时延  $\tau = 0.08s$ , 采样间隔  $h_k = 0.2 \|\sin(t)\|$ , 显然可得最大采样间隔  $h = 0.2s$ 。设智能体的初始状态为:  $x_1(0) = [11.1; 6.8; 3.2]$ ,  $x_2(0) = [8.2; 10; 6.6]$ ,  $x_3(0) = [0.5; 3.3; -2.1]$ ,  $x_4(0) = [-1; -2.5; -1]$ ,  $x_0(0) = [5; 5; 3]$ 。令  $\mu = 8$ ,  $\alpha = 0.02$ , 由上述参数, 可计算得如下结果:

$$K_1 = [-0.3211 \quad 0.4183 \quad 0.0273],$$

$$K_2 = [-0.1105 \quad 0.3200 \quad 0.1373],$$

$$K_3 = [-0.1052 \quad 0.5080 \quad 0.0451]$$

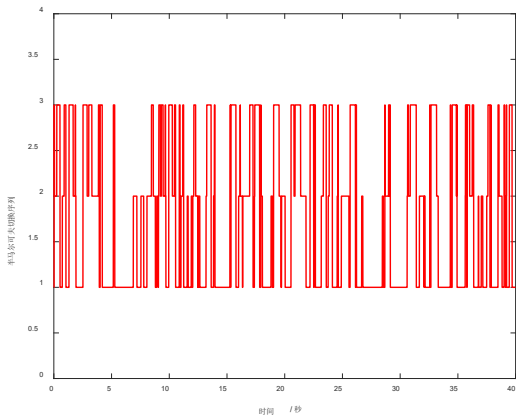


图2 半马尔可夫切换序列图

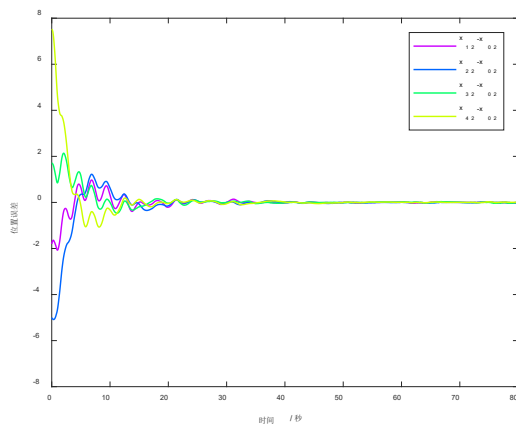


图3 智能体状态 1 的误差图

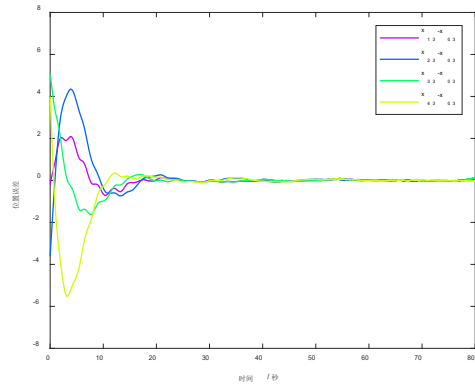


图4 智能体状态 2 的误差图

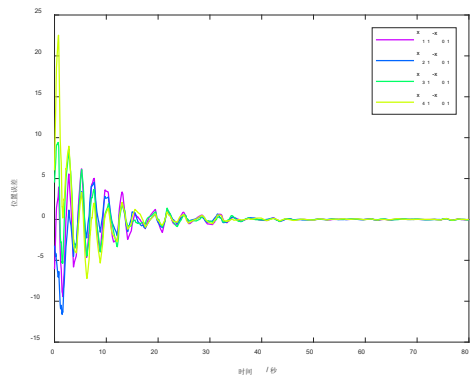


图5 智能体状态 3 的误差图

由数字实验可以知道, 在所设计的协议之下, 智能体系统可以实现领导跟随一致。

### 5 结束语

基于智能体之间合作竞争关系, 针对半马尔可夫切换下的不确定多智能体系统, 提出一种新的领导跟随一致性控制协议。通过构造李雅普诺夫函数方法和采用弱无穷小算子的方法, 推导出稳定性结论。使得系统实现领导跟随指数均方一致性。基于该结论, 通过求解线性矩阵不等式来获得控制器增益。数值仿真实验证明了所得结果的有效性。接下来, 我们将继续研究概率转移矩阵不完全确定和时滞情况下相应不确定系统的领导跟随一致控制。

### 参考文献

[1] 李成凤,张阳伟,邵俊倩,高亮.多智能体群集系统分群行为研究进展[J/OL].电光与控制:1-8[2022-03-27].  
<http://202.202.43.73:8000/rwt/CNKI/http/NNYHGLUDN3WXTLUPMW4A/kcms/detail/41.1227.TN.20220301.1716.004.html>.



- [2] 韩琦,王霞,王慧,袁艺云,曹瑞,翁腾飞.基于事件触发的二阶多智能体时滞一致性[J].重庆工商大学学报(自然科学版) 2022,39(01):1-8.
- [3] L. Ma, Y. -L. Wang and Q. -L. Han, " $H^\infty$  Cluster Formation Control of Networked Multiagent Systems With Stochastic Sampling," in IEEE Transactions on Cybernetics, vol. 51, no. 12, pp. 5761-5772, Dec. 2021.
- [4] 郑维,张志明,刘和鑫,张明泉,孙富春.基于线性变换的领导-跟随多智能体系统动态反馈均方一致性控制[J/OL].自动化学报:1-12[2022-03-27].
- [5] 张振华,彭世国.时延多智能体系统领导跟随一致性研究[J].计算机应用研究,2019,36(05):1333-1337.
- [6] 黄红伟,黄天民,吴胜,周坤.基于事件触发的二阶多智能体领导跟随一致性[J].控制与决策,2016,31(05):835-841.
- [7] 陈立军,张玉,夏琳琳.领导-跟随多智能体系统有限时间一致性[J].计算机仿真,2018,35(05):274-277+308.
- [8] S. Luo, X. Xu, L. Liu and G. Feng, "Leader-Following Consensus of Heterogeneous Linear Multiagent Systems With Communication Time-Delays via Adaptive Distributed Observers," in IEEE Transactions on Cybernetics.
- [9] JI Lianghao, YU Xinghuo, LI Chaojie, et al. Group consensus for heterogeneous multiagent systems in the competition networks with input time delays[J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems, 2018, PP(99):1-9.
- [10] Dai H, Xie J, Chen W (2019) Event-Triggered Distributed Cooperative Learning Algorithms over Networks via Wavelet Approximation. Neural Process Lett 50: 669-700.
- [11] YI Qua, HAO Pengxua, CHENG Song, et al. [J]. Journal of the Franklin Institute, 2020, 357(17): 12109-12124.
- [12] PU Xingcheng, ZHAO Longlong, XIONG Chaowen, et al. Weighted group consensus for discrete-Time heterogeneous multi-agent systems in the cooperative-competitive network with time delays[J]. IEEE Access, 2019, 7: 123679-123688.
- [13] 刘雨欣,陈霞.基于事件触发的离散多智能体二分一致性[J].计算技术与自动化,2021,40(02):91-98.
- [14] 杨洪勇,田生文,张嗣瀛.具有领航者的时延多智能体系统的一致性[J].电子学报,2011,39(04):872-876.
- [15] Peng, CHEN Mengyuan, VLADIMIR STOJANOVIC, et al. Asynchronous fault detection filtering for piecewise homogenous markov jump linear systems via a dual hidden markov model[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2021, 151: 1-12.
- [16] S. EICKELER, S. MULLER, G. RIGOLL. Recognition of jpeg compressed face images based on statistical methods[J], Image and Vision Computing, 2007, 18(4): 279-287.
- [17] MENG Min, LIU Lu, FENG Gang, et al. Output consensus for heterogeneous multiagent systems with Markovian switching network topologies[J]. International Journal of Robust & Nonlinear Control, 2018, 28(3): 1049-1061.
- [18] LI Mengling, DENG Feiqi. Necessary and sufficient conditions for consensus of continuous-time multiagent systems with markovian switching topologies and communication noises[J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2020, 50(7): 3264-3270.
- [19] Q.-L. Han, Absolute stability of time-delay systems with sector-bounded nonlinearity, Automatica 41 (12) (2005) 2171–2176.
- [20] X.-M. Zhang, Q.-L. Han, Novel delay-derivative-dependent stability criteria using new bounding techniques, International Journal of Robust and Nonlinear Control 23 (13) (2013) 1419–1432.

版权声明：©2024 作者与开放获取期刊研究中心(OAJRC)所有。本文章按照知识共享署名许可条款发表。

<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



OPEN ACCESS