

## MAPLE 软件在点电荷系物理量可视化中的应用研究

龚红方, 麻志君\*

湖南科技大学物理与电子科学学院 湖南湘潭

**【摘要】**对于带电体系的物理量包括电场强度和电势是比较难以直观想象的, 本文以点电荷系为例, 体系由于点电荷数目的增加和分布的不均匀性, 场的叠加趋于复杂化, 体系的物理图像越来越难以构建。从点电荷系的泊松方程出发, 可得到电势在空间中的分布, 而由电场等于电势的负梯度的关系, 进而求得体系的电场强度。基于 MAPLE 的计算机模拟仿真引入到电磁学教学中, 有助于把复杂、抽象的物理公式以可视化的方式直观、形象地展示出来, 激发学生学习兴趣及增强对物理规律的认识和理解。

**【关键词】** MAPLE; 静电场; 点电荷; 可视化

**【收稿日期】** 2023 年 8 月 25 日 **【出刊日期】** 2023 年 9 月 27 日 **【DOI】** 10.12208/j.pstr.20230009

### Research on the application of MAPLE software in the visualisation of physical quantities in point charge system

Hongfang Gong, Zhijun Ma\*

College of Physics and Electronic Science, Hunan University of Science and Technology, Xiangtan, Hunan

**【Abstract】** For the physical quantities of the charged system including electric field strength and potential are more difficult to visualise, this paper takes the point charge system as an example, the system tends to be complicated by the superposition of fields due to the increase in the number of point charges and the inhomogeneity of the distribution, and it is more and more difficult to construct the physical image of the system. Starting from the Poisson equation of the point charge system, the distribution of electric potential in space can be obtained, and by the relationship of the electric field is equal to the negative gradient of the electric potential, and then the electric field strength of the system. MAPLE-based computer simulation is introduced into the teaching of electromagnetism, which helps to visualise the complex and abstract physical formulas in an intuitive and graphic way, and stimulate students' interest in learning as well as enhance their knowledge and understanding of physical laws.

**【Keywords】** MAPLE; Electrostatic field; Point charge; Visualisation

电磁学是大学物理的重要分支, 电场和磁场是其主要内容, 场是客观存在的物质, 但是却看不见、摸不着, 这给直观形象地进行静电场教学带来了很大困难。

MAPLE 作为三大数学软件之一<sup>[1]</sup>, 功能十分强大, 有着优异的符号运算能力, 数值计算能力, 可视化功能等, 数学公式显示界面友好, 进行简单的编程<sup>[2]</sup>, 可以将一些抽象物理概念以图形的方式显示出来, 便于学生理解和应用物理规律。

本文中, 我们以点电荷系激发的电场为例, 从

泊松方程<sup>[3]</sup>出发, 通过电场的叠加原理, 导出点电荷系的电势和电场, 同时利用 MAPLE 绘制出对应的物理图形, 以形象理解电场和电势的空间分布。

#### 1 点电荷系

点电荷系电势  $\varphi$  满足泊松方程, 在 CGS 制下可表示为:

$$\Delta\varphi = \sum_i 4\pi\delta(r - r_i)Q_i$$

其中  $Q_i$  为在  $r_i$  处电荷的带电量。

该微分方程解, 亦即点电荷系电势:

\*通讯作者: 麻志君

$$\varphi = \sum_i \frac{Q_i}{r - r_i}$$

在三维直角坐标系下, 点电荷的电势表达式为:

$$\varphi = \sum_i \frac{Q_i}{\sqrt{(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2 + (z - z_i)^2}}$$

从而求得电场强度的表达式:

$$E = \sum_i Q_i \frac{(x - x_i)e_x + (y - y_i)e_y + (z - z_i)e_z}{[(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2 + (z - z_i)^2]^{\frac{3}{2}}}$$

其中  $e_x, e_y, e_z$  是三维直角坐标系的单位向量。

### 2 等量同种电荷

首先考虑最简单的情形, 两个等量同种电荷组成的体系, 两电荷在  $x$  轴上对称分布。该体系所激发的电场强度如图 1 所示, 图形除了在两个点电荷的位置有峰外, 在坐标原点还有一个倒立的尖峰, 尖峰对应场强恰好是零。同时, 可以直观地看到两同种电荷产生的电场, 除了无穷远点外, 再无场强为零的点。此外, 在两电荷连线的中垂面内, 沿着  $y$  轴变化时, 电场强度存在两个极大值<sup>[4]</sup>。这就是从图形上得到的结论。

图 2 是该体系的电势在空间的分布情况, 从两个尖峰之间 (即两电荷位置中点) 可以看到一个平行于  $xOy$  平面的切线, 切点在  $x$  轴和  $y$  轴原点位置, 该处空间变化率即电势梯度为零, 对应电场强度为零。除该处和远离源点的空间以外, 电势梯度不为零, 场强总为非零值。我们再次得到了这个结论, 也体现了电场强度与电势梯度的关系。

### 3 多电荷体系

现在我们考虑三个点电荷组成的体系: 正负两

电荷在  $x$  轴上对称分布, 还有一正电荷坐落在  $y$  轴上。此时体系电荷分布不再对称, 物理图形变得稍微复杂, 电场电势的分布不较于上文两个等量同种电荷体系那样易于想象。

为了形象地描述电场, 且考虑到电场  $E$  是一个矢量场, 我们在图 3 中以箭头方式<sup>[5]</sup>绘制出电场线 (电场的积分曲线<sup>[6]</sup>) 的走向。同时, 注意到电场方向是电势下降最快的方向, 亦即等势线与电场线垂直, 据此, 我们还在图 3 中绘制出了等势线。图形上易知, 负电荷周围的线条密度明显较大, 由于电场线和等势线的密度正比于电场强度大小, 可知负电荷附近的场强高于其他位置。我们还可以观察到, 任意两电荷之间, 等势线密度从密集变化到稀疏, 再从稀疏到密集, 表明两电荷之间存在电场的极值点。以上就是我们从电场线和等势线图形得到的该体系的一些特点。

图 4 中给出了体系电势的三维空间分布图。从该图可看到电势的分布情况出现了非对称的行为, 而位于  $y$  轴正电荷所对应的电势峰明显增高得较快, 原因是该电荷距离负电荷较远, 而离正电荷较近, 电势的标量性使得其随场点距离的反比特点简单地表现出来。另一方面, 在物理现象上, 表征为负电荷周围的场强较大, 因此电势变化得较快。同时我们也很容易看出, 若不考虑无穷远处, 电场为零的点在且仅在两正电荷峰之间, 这是较难想象但图形上十分直观的结论。

最后, 图 5 给出本体系电场强度的分布情况。不难看出, 电场强度的图象有一个零点, 有三个处在峰与峰之间的极值点。从图形的特点出发我们可以得出与上文自洽且一致的物理结论。同时也再一次显示了电场与电势是紧密联系在一起。

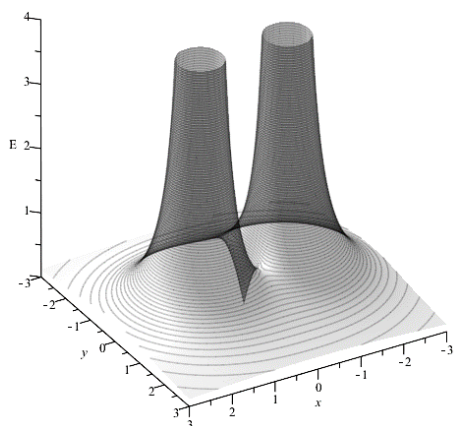


图 1 等量同种电荷激发的电场强度大小

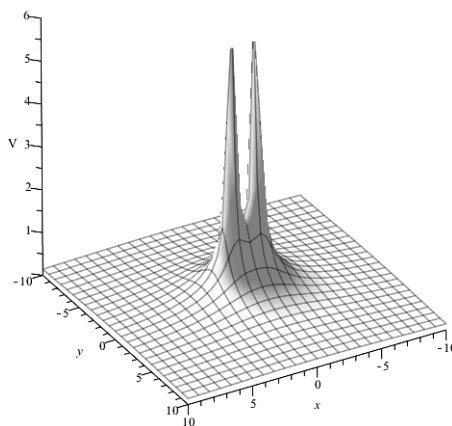


图 2 等量同种电荷激发的电势

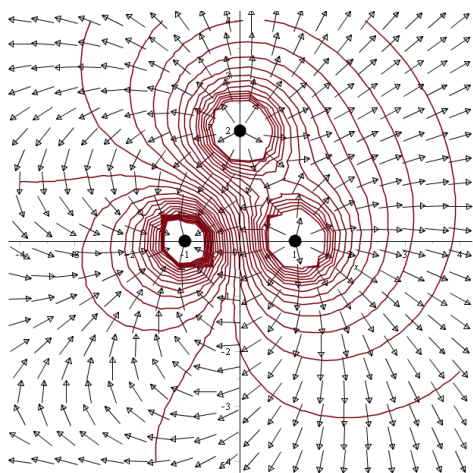


图3 多电荷系电场线和等势线

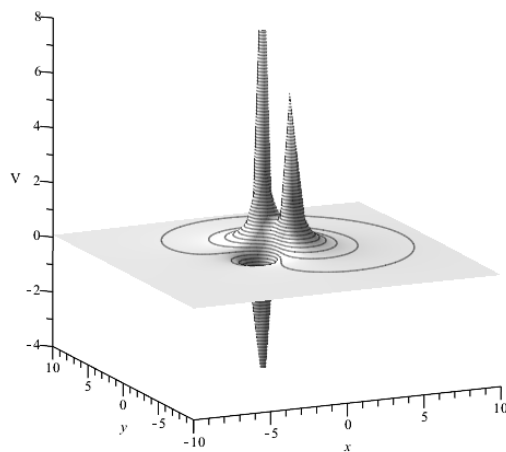


图4 多电荷系激发的电势

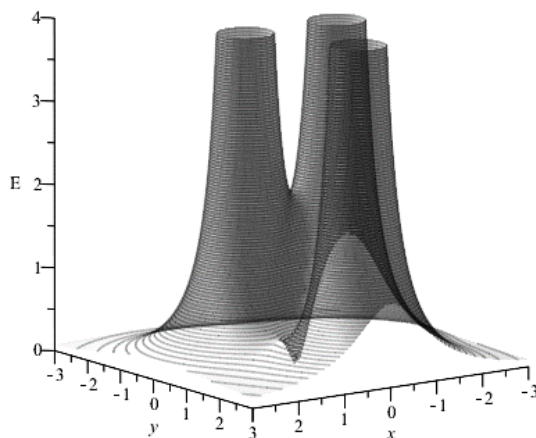


图5 多电荷系激发的电场强度大小

#### 4 结语

以上讨论了两种情形下点电荷体系的电场电势分布以及物理意义,由泊松方程,可推广到其他点电荷体系,或是一类连续带电体的情形。本文以大学物理电磁学中点电荷系激发电场的知识点为例,通过 MAPLE 程序设计,将原本抽象难懂的物理概念和知识点进行可视化处理,高度便于学生理解。基于 MAPLE 程序设计的可视化编程,将其运用于教学中,不仅可以增进教学效果,还可以激发学生兴趣和提高学习效率,是一个非常值得推崇的教学手段。

#### 参考文献

[1] Li Rui,Cheng Mei Yu,Zhang Wei. Application of Maple software in linear algebra and analytic geometry learning[J]. Practice and exploration,2016(9):77-78.

[2] 李咏梅.利用基于 Maple 的模拟实验促进理论物理教学改革[J].今日科苑,2010(18):221.

[3] 梁灿彬,秦光戎,梁竹健.电磁学(第三版)[M].北京:高等教育出版社,2012.

[4] 陈一垠.关于两等量同种点电荷中垂线上场强最大值的再思考[J].物理通报,2015(06):121-122.

[5] 徐杨,李江.MATLAB 在电场线概念教学中的应用.湖北师范大学学报(自然科学版).2021(41).

[6] 梁灿彬,曹周键,陈陟陶.电磁学(拓展篇).北京:高等教育出版社,2018.

版权声明: ©2023 作者与开放获取期刊研究中心(OAJRC)所有。本文章按照知识共享署名许可条款发表。

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



OPEN ACCESS