

等量异号均匀带电无限长平行薄板在中垂线上电场的均匀性研究

周群益¹, 宋露曦^{2*}, 钟铮³, 莫云飞⁴, 王培颖¹

¹ 广州理工学院通识教育学院 广东广州

² 渣打环球商业服务(广州有限公司) 广东广州

³ 赣州市第一中学 江西赣州

⁴ 长沙学院 电子信息与电气工程学院 湖南长沙

【摘要】 根据无限长均匀带电直线的电势公式和电势叠加原理, 推导了无限长均匀带电薄板在中垂线上的电势公式, 利用电场与电势的关系推导了电场强度的公式. 研究了均匀带正负电的无限长薄板在中垂线上电势和场强, 发现中心的场强最小, 内边缘的场强最大, 两板之间并不是匀强电场. 引入均匀系数的概念, “均匀场强” 实际上是均匀系数不超过某一定值的电场。

【关键词】 无限长薄板; 均匀带电; 电场强度; 均匀系数; MATLAB

【基金项目】 国家自然科学基金(11747123); 广东省高校科研特色创新项目(2020KTSCX209)。

Study on the uniformity of electric field on the vertical line of the infinitely long parallel thin plates with uniformly distribution of charges of equal number and equal sign

Qunyi Zhou¹, Luxi Song^{2*}, Zheng Zhong³, Yunfei Mo⁴, Peiying Wang¹

¹College of General Education, Guangzhou Institute of Science and Technology, Guangzhou, China

²Standard Chartered Global Business Services(Guangzhou) Co.,Ltd., Guangzhou, Guangdong, China

³The First Middle School of Ganzhou, Ganzhou, China

⁴School of Electronic Information and Electrical Engineering, Changsha University, Changsha

【Abstract】 According to the electric potential formula and superposition principle of infinite uniformly charged line, the electric potential formula on the vertical line of infinite uniformly charged thin plate is deduced, and the electric field strength formula is deduced by using the relationship between electric field and electric potential. The electric potential and electric field strength on the midperpendicular of infinitely long parallel thin plate with uniform positive and negative charges are studied. It is found that the electric field strength of the center is the smallest, while that of the inner edge is the largest, and the electric field between the two plates is not uniform. By introducing the concept of uniformity coefficient, it can be found that the 'uniform electric field' is actually the field with the uniformity coefficient no more than a certain value.

【Keywords】 Infinite thin plate; Uniformly charged; Electric field strength; Uniformity coefficient; MATLAB.

引言

无限长均匀带电薄板在中垂线上的电场是一个典型问题, 通常作为习题, 根据场强叠加原理可推导场强的公式^[1]. 有文献研究了无限长均匀带电薄板在空间产生的电场^[2,3], 将中垂线上的电场当作特

殊情况讨论. 没有文献研究两板所带正负电荷在中垂线上的电势和场强.

文本根据无限长直线电荷的电势公式和电势叠加原理求出中垂线上的电势, 再利用电场与电势的关系简单地求出中垂线上的场强, 并将公式无量纲

作者简介: 周群益(1955-)男, 硕士, 副教授, 主要从事大学物理教学和凝聚态研究。

*通讯作者: 宋露曦(1989-)女, 硕士, 主要从事信息化和应用 MATLAB 等工具进行金融风险管理工作。

化, 计算和绘制了中垂线上电势和场强的分布曲线. 本文再研究了均匀带正负电无限长平行薄板在中垂线上的电势和场强, 证明两板之间不是匀强电场. 通过引入均匀系数, 说明中垂线上场强的均匀性问题.

1 均匀带电无限长薄板在中垂线上的电势和场强

无限长均匀带电直线的电势为^[4]

$$U(r) = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{r_0}{r} = 2k\lambda \ln \frac{r_0}{r} \quad (1)$$

其中, k 为静电力常数, λ 是电荷的电密度, r 是场点到直线的距离, r_0 是零势点到直线的距离.

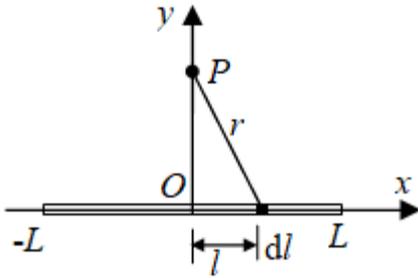


图 1 带电薄板的横截面和电势

无限长均匀带电薄板的截面如图 1 所示, 设薄板的宽度为 $2L$, 电荷面密度为 σ (默认 $\sigma > 0$), 电荷的线密度为 $\lambda = 2L\sigma$. 在截面上取一长度为 dl 的线元, 代表垂直纸面的无限长直线, 电荷的线密度为 $d\lambda = \sigma dl$, 到场点的距离为:

$$r = \sqrt{l^2 + y^2} \quad (2)$$

产生的电势为:

$$dU = 2kd\lambda \ln \frac{r_0}{r} = k\sigma dl \ln \frac{r_0^2}{l^2 + y^2}$$

薄板产生的电势为:

$$U = k\sigma \int_{-L}^L \ln \frac{r_0^2}{l^2 + y^2} dl = 2k\sigma \int_0^L \ln \frac{r_0^2}{l^2 + y^2} dl$$

当 $y \neq 0$ 时, 利用分部积分法可得:

$$U = -4k\sigma \left(L \ln \frac{\sqrt{L^2 + z^2}}{r_0} + y \arctan \frac{L}{y} - L \right)$$

取薄板中心线处的电势为零, 即: 当 $y \rightarrow 0$ 时, $U \rightarrow 0$, 可得 $r_0 = L/\epsilon$, 因此得:

$$U(y) = -4k\sigma \left(L \ln \frac{\sqrt{L^2 + y^2}}{L} + y \arctan \frac{L}{y} \right) \quad (3)$$

场强为

$$E(y) = -\frac{\partial U}{\partial y} = 4k\sigma \arctan \frac{L}{y}$$

其中, $y = 0$ 处是一个间断点. 由于薄板内部场强为零, 必有 $E(0) = 0$, 那么场强可表示为:

$$E(y) = \begin{cases} 4k\sigma \arctan \frac{L}{y}, & y \neq 0; \\ 0, & y = 0. \end{cases} \quad (4a)$$

式中, $E(y)$ 的定义域为 $(-\infty, +\infty)$, 值域为 $(-2\pi k\sigma, 2\pi k\sigma)$ MATLAB 的反余切函数的值域为 $(-\pi/2, 0) \cup (0, \pi/2)$, 场强还可以表示为:

$$E(y) = \begin{cases} 4k\sigma \operatorname{arc} \cot \frac{y}{L}, & y \neq 0; \\ 0, & y = 0. \end{cases} \quad (4b)$$

[讨论]①如果场点十分远, 使得 $L \ll |y|$, 则 $\arctan \frac{L}{y} \approx \frac{L}{y}$, 利用 $\sigma = \lambda/2L$, 可得:

$$U(y) \approx -4k\sigma L \left(\ln \frac{|y|}{L} + 1 \right) \quad (5)$$

$$E(y) \approx 4k\sigma \frac{L}{y} = \frac{2k\lambda}{y} = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 y} \quad (6)$$

可见: 均匀带电薄板在远处的电势和场强等效于无限长带电直线的电势和场强.

②当 $L \rightarrow +\infty$ 时, 无限长的薄板变成无限大的薄板. 当 $y > 0$ 时, 可得:

$$E(y) = \lim_{L \rightarrow +\infty} 4k\sigma \arctan \frac{L}{y} = 2k\sigma = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \quad (7a)$$

这是无限大带电平面正面的场强公式, 其大小用 E_0 表示.

当 $y < 0$ 时, 可得:

$$E(y) = \lim_{L \rightarrow +\infty} 4k\sigma \arctan \frac{L}{y} = -2k\sigma = -\frac{\sigma}{2\epsilon_0} \quad (7b)$$

这是无限大带电平面反面的场强公式.

③当 $y \rightarrow 0^+$ 时, 可得:

$$E(0^+) = \lim_{y \rightarrow 0^+} 4k\sigma \arctan \frac{L}{y} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \quad (8a)$$

当 $y \rightarrow 0^+$ 时, 可得:

$$E(0^-) = \lim_{y \rightarrow 0^-} 4k\sigma \arctan \frac{L}{y} = -\frac{\sigma}{2\epsilon_0} \quad (8b)$$

这是薄板中垂线上两个表面的场强。当场点在薄板的表面时, 有限的板面在场点产生的场强等效于无限大的板面产生的场强。

2 中垂线上场强的无量纲化和可视化

取 L 为长度单位, 取 $U_0 = 2\pi Lk\sigma$ 为电势单位, 则无量纲的电势为:

$$U^*(y^*) = \frac{U(y)}{U_0} = \frac{-2}{\pi} (\ln \sqrt{1+y^{*2}} + y^* \operatorname{arccot} y^*) \quad (3^*)$$

无限长带电直线的电势为:

$$U^*(y^*) = \frac{U(y)}{U_0} = -\frac{2}{\pi} (\ln |y^*| + 1) (y^* \neq 0) \quad (5^*)$$

其中, $y^* = y/L$ 。

取 $E_0 = 2\pi k\sigma = \sigma/2\epsilon_0$ 为电场强度单位, 显然 $E_0 = U_0/L$, 则无量纲的场强为:

$$E^*(y^*) = \frac{E(y)}{E_0} = \begin{cases} \frac{2}{\pi} \operatorname{arccot} y^*, & y^* \neq 0; \\ 0, & y^* = 0. \end{cases} \quad (4^*)$$

无限长带电直线的场强为:

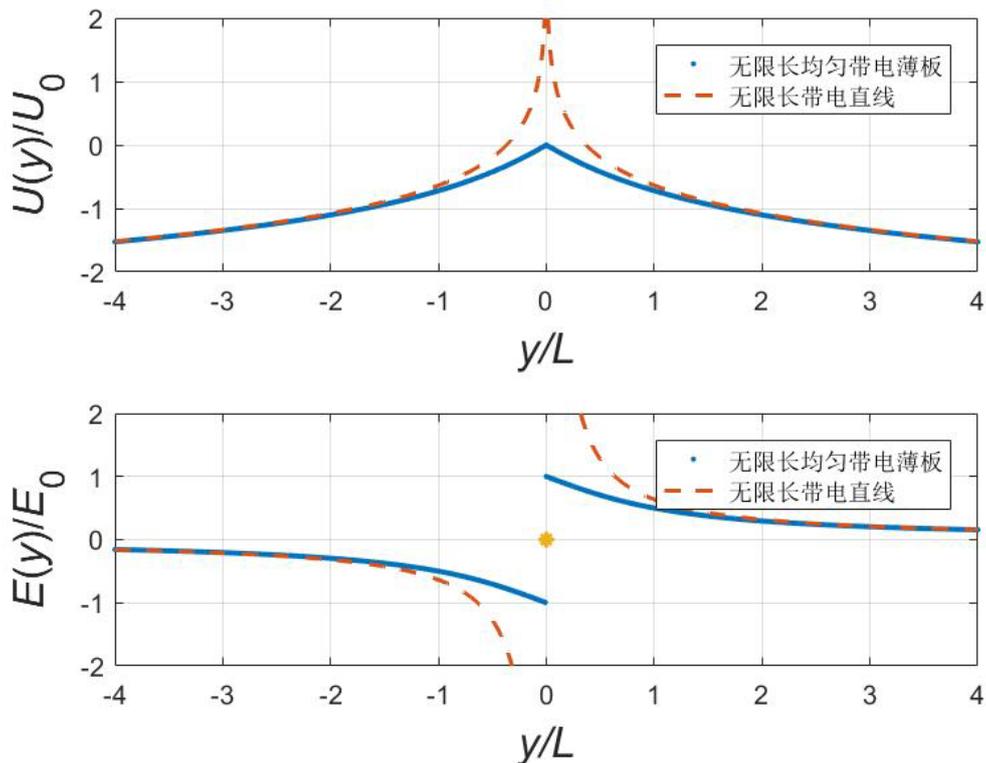


图2 无限长均匀带电薄板在中垂线上的电场

$$E^*(y^*) = \frac{E(z)}{E_0} = \frac{2}{\pi y^*} (y^* \neq 0) \quad (6^*)$$

利用 MATLAB 的作图指令 plot 可画出函数曲线^[3]。

如图 2 所示 (计算绘图程序见附录 1), 无限长均匀带电薄板在中垂线产生的电势 $U(y)$ 是偶对称曲线, $y=0$ 处是一个尖点, $U(0)=0$; 距离越远, 其电势与直线电荷的电势就越接近。如图 2 之下图所示, 中垂线上的场强 $E(y)$ 是奇对称曲线, $y=0$ 处是一个间断点, $E(0)=0$ 表示薄板内部的场强为零, 两侧发生了从 $-E_0$ 到 E_0 的跳跃, 这是因为薄板两侧场强的方向相反; 距离越远, 其场强与直线电荷的场强就越接近。

3 均匀带正负电无限长平行薄板在中垂线上的电势和场强

如图 3 所示, 两个无限长薄板正对且平行, 分别带有面电荷密度为 σ 的正负电荷, 两板相距为 $2d$ (d 称为半距)。建立坐标系 Oxy , 两板对称放置。取 y 轴为垂直轴, 则点 P 的电势是两个平板电荷产生电势之和。

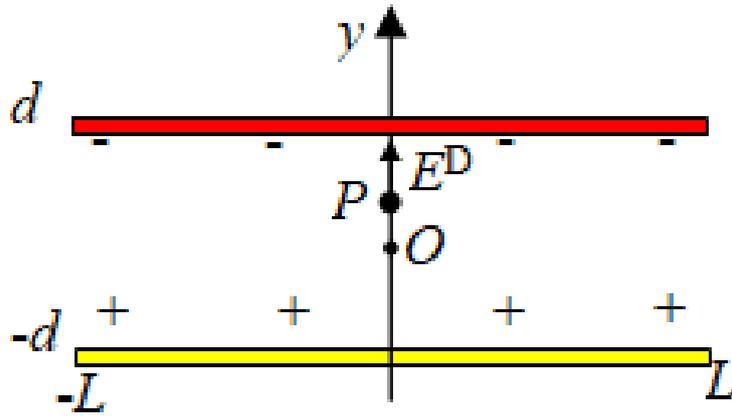


图3 正负电荷在中垂线上的场强的示意图

$$U^D(y) = U^+(y) + U(y) = U(d+y) + U(d-y) \quad (9) \quad \text{其中}$$

$$U^+(y) = U(d+y) = -4k\sigma \left[L \ln \frac{\sqrt{L^2 + (d+y)^2}}{L} + (d+y) \operatorname{arccot} \frac{d+y}{L} \right] \quad (y \neq -d) \quad (10a)$$

$$U(y) = U(d-y) = 4k\sigma \left[L \ln \frac{\sqrt{L^2 + (d-y)^2}}{L} + (d-y) \operatorname{arccot} \frac{d-y}{L} \right] \quad (y \neq d) \quad (10b)$$

点P的电场强度是两个平板电荷产生场强的叠加

$$E^D(y) = E^+(y) + E(y) = E(d+y) + E(d-y) \quad (11)$$

其中

$$E^+(y) = E(d+y) = 4k\sigma \operatorname{arccot} \frac{d+y}{L} \quad (y \neq -d) \quad (12a)$$

$$E(y) = E(d-y) = 4k\sigma \operatorname{arccot} \frac{d-y}{L} \quad (y \neq d) \quad (12b)$$

中心处的场强为:

$$E^D(0) = E^+(0) + E^-(0) = 8k\sigma \operatorname{arccot} \frac{d}{L} \quad (13)$$

当 $d \rightarrow 0^+$ 时, $E^D(0) \rightarrow 4\pi k\sigma$ 合场强 $E^D(y)$ 对 y 的导数为:

$$\frac{d^D E(y)}{dy} = \frac{-4k\sigma L}{L^2 + (d+y)^2} + \frac{4k\sigma L}{L^2 + (d-y)^2} \quad (14)$$

当 $y = 0$ 时可得:

$$\frac{dE^D(0)}{dy} = 0 \quad (15)$$

所以 $E^D(y)$ 在 $y = 0$ 处是驻点. $E^D(y)$ 对 y 的二阶导数为:

$$\frac{d^2 E^D(y)}{dy^2} = \frac{8k\sigma L(d+y)}{[L^2 + (d+y)^2]^2} + \frac{8k\sigma L(d-y)}{[L^2 + (d-y)^2]^2} \quad (16)$$

由于

$$\frac{d^2 E^D(0)}{dy^2} = \frac{16k\sigma Ld}{(L^2 + d^2)^2} > 0 \quad (17)$$

所以 $E^D(y)$ 在 $y = 0$ 处是极小值, 说明原点附近的场强并不是匀强电场.

在上板的下表面, $y = d$, 场强为:

$$E^D(d) = E^+(d) + E^-(d) = 4k\sigma \left(\operatorname{arccot} \frac{2d}{L} + \frac{\pi}{2} \right) \quad (18a)$$

在下板的上表面, $y = -d^+$, 场强为

$$E^D(-d^+) = E^+(-d^+) + E^-(-d^+) = 4k\sigma \left(\frac{\pi}{2} + \operatorname{arccot} \frac{d}{L} \right) \quad (18b)$$

可知 $E^D(-d^+) = E^D(d)$, 即: 两板内表面的场强相等, 这是因为电荷对称分布的缘故. 当 $d \rightarrow 0^+$ 时, $E^D(d)$ 或 $E^D(-d^+) \rightarrow 4\pi k\sigma$.

$E^D(d)$ 或 $E^D(-d^+)$ 与 $E^D(0)$ 之差反映中垂线上电场的均匀特性, 因此可定义无量纲的均匀系数.

$$k = \frac{E^D(d^-) - E^D(0)}{E_0} \quad (19)$$

将式(13)和式(18)代入式(19), 可得:

$$k = \frac{2}{\pi\pi} \arccot \cot \frac{2d}{L} + 1 - \frac{4}{\pi} \arccot \cot \frac{d}{L} \quad (20)$$

均匀系数 k 取决于半距 d . k 越大, 表示场强越不均匀。

5 均匀带正负电无限长平行薄板在中垂线上的场强的可视化

将公式无量纲化, 通过图形可以显示电势和场强叠加的结果。

如图 4 所示 (计算绘图程序见附录 2), 取平行薄板的半距 $d = 0.3L$, 尽管 $U^+(y)$ 和 $U(y)$ 是非奇非偶函数, 但是其和 $U^D(y)$ 是奇对称函数, 尖点在 $y = \pm d$ 处, 两板之间 $U^D(y)$ 曲线经过原点, 几乎直线下降. 如图 4 之下图所示, 尽管 $E^+(y)$ 和 $E^-(y)$ 是非奇非偶函数, 但是其和 $E^D(y)$ 是偶函数, 跳跃点在 $y = \pm d$ 处; 两板之间的场强比较大, 也比较均匀, $E^D(y)$ 在 $y = 0$ 处是极小值, 但不是很明显; 两板之外的场强比较小,

方向与板内场强的方向相反。

半距 d 取 $0.1L$ 到 $0.4L$ 的值, 间隔为 $0.1L$, 如图 5 所示 (计算绘图程序见附录 3), 不论两板之间的距离如何, 板内的电势 $U^D(y)$ 都是经过原点的单调下降的曲线, 接近于直线; 当 d 不同时, “直线” 的斜率稍有不同. 如图 5 之下图所示, 两板距离越小, 板外的场强 $E^D(y)$ 就越小, 板内的场强就越大, 也越均匀, $E^D(y)$ 在 $y = 0$ 处是极小值. 当距离比较大时, 连中垂线上都不是匀强电场, 其他区域就更加不是匀强电场。

如图 6 所示 (计算绘图程序见附录 4), 平行薄板中心的场强 $E^D(0)$ 和内边缘的场强 $E^D(d)$ 或 $E^D(-d)$ 都随着半距 d 的增加而减小, 均匀系数 k 随着半距 d 的增加而增加. 当 $k = 1\% = 0.01$ 时, 利用 MATLAB 可以计算 $d = 0.207L$. 在图 5 中, 当 $d = 0.1L$ 时, $k = 0.12\%$, 板内场强曲线显得十分水平; 当 $d = 0.3L$ 时, $k = 2.71\%$, 板内场强曲线略显下凹. 可见: 只有当两板距离很小时, 均匀带正负电无限长平行薄板两板之间在中垂线上的电场才能当作匀强电场, $d = 0.207L$ 是 1% 均匀性的分界点。

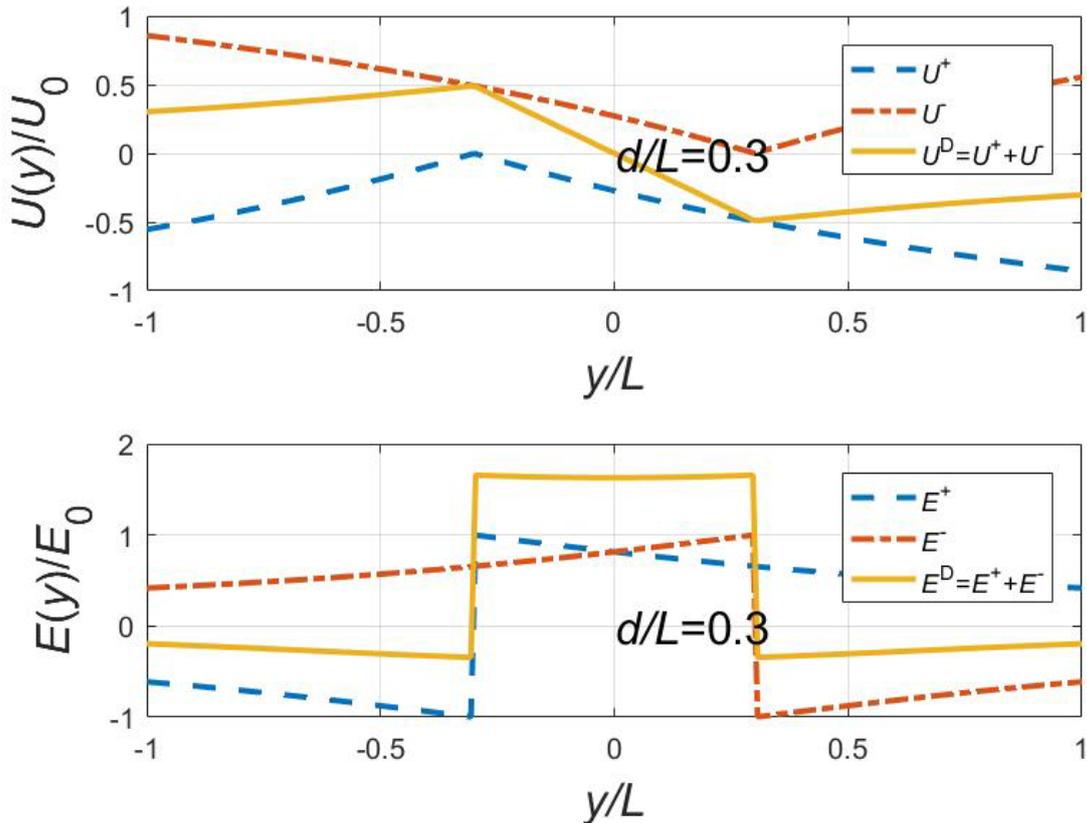


图 4 均匀带电平行薄板在中垂线上的电势和场强

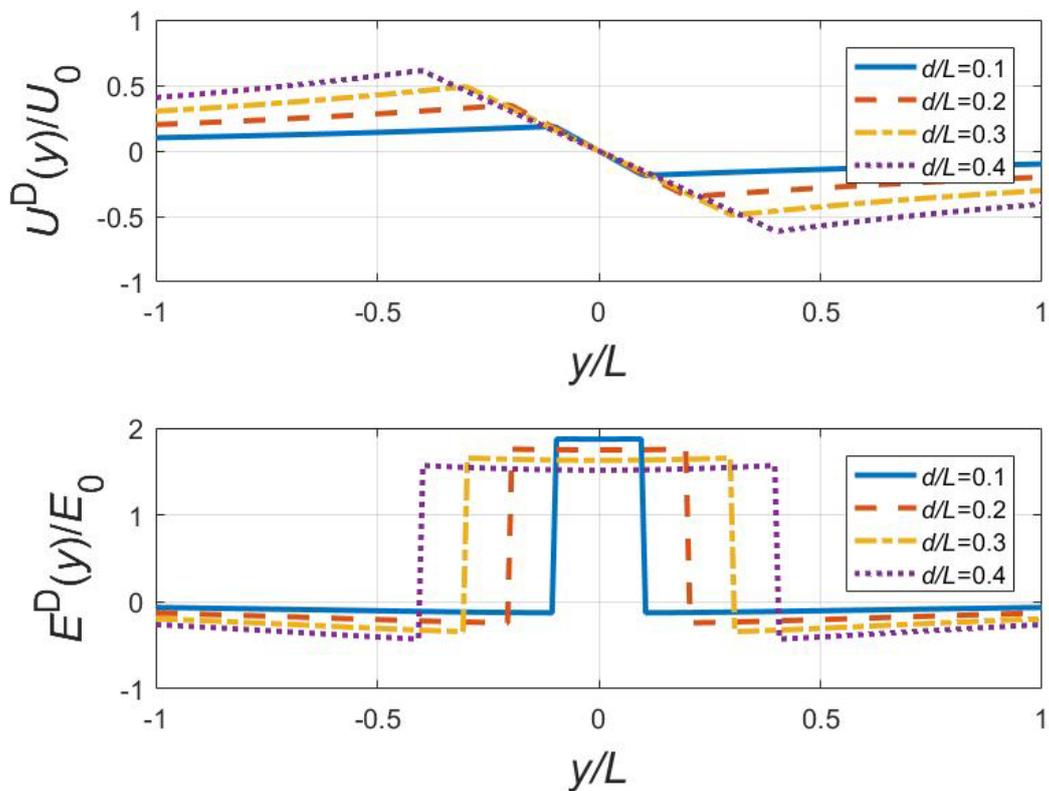


图 5 不同距离两板在中垂线上的电势和场强

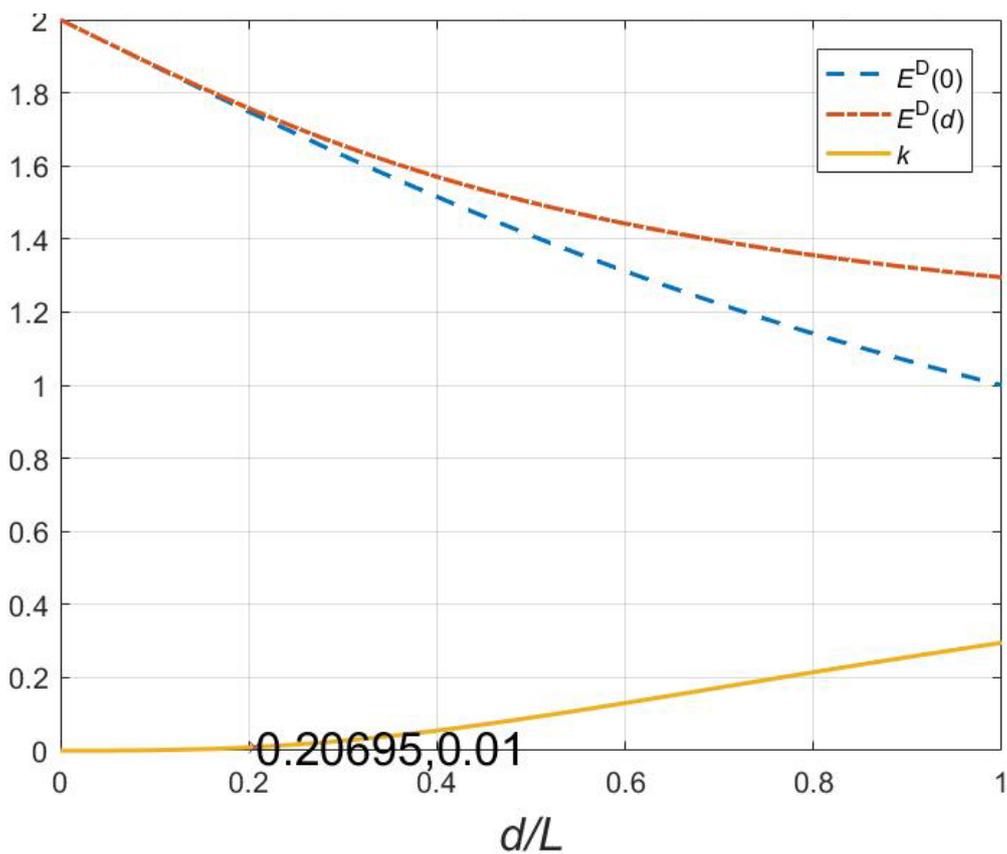


图 6 中垂线上场强的均匀系数和分界点

4 结束语

人们通常认为均匀带正负电的平行薄板之间是匀强电场, 实际上连在中垂线上的电场都不是均匀电场, 其他部分就更加不是匀强电场. 电场的均匀性并不是指某一个场强值, 而是指电场大小的分布范围. 用均匀系数可以衡量电场的均匀性. 只有当两板之间的距离很小时, 中垂线上的场强才接近于匀强电场。

参考文献

- [1] 李存志, 郑建邦, 徐中锋. 大学物理学习题分析与解答[M]. 北京: 高等教育出版社, 2005: 229-231.
- [2] 赵立强, 梁志新. 一定宽度无限长均匀带电薄板在空间任意位置处产生的电场的表示[J]. 北京教育学院学报(自然科学版). 2007, 2(5): 4~6.
- [3] 莫云飞, 周群益, 侯兆阳, 等. 无限长均匀带电薄板的电场

和电势的分布规律研究[J]. 长沙大学学报, 2020, 34(5): 1-7.

- [4] 周群益, 侯兆阳, 刘让苏. MATLAB 可视化大学物理学(第二版)[M]. 北京: 清华大学出版社, 2015: 5-10.

收稿日期: 2022 年 6 月 21 日

出刊日期: 2022 年 7 月 25 日

引用本文: 周群益, 宋露曦, 钟铮, 莫云飞, 王培颖, 等量异号均匀带电无限长平行薄板在中垂线上电场的均匀性研究[J]. 物理科学与技术研究, 2022, 2(1): 45-52
DOI: 10.12208/j. pstr.20220007

检索信息: 中国知网 (CNKI Scholar)、万方数据 (WANFANG DATA)、Google Scholar 等数据库收录期刊

版权声明: ©2022 作者与开放获取期刊研究中心 (OAJRC) 所有。本文章按照知识共享署名许可条款发表。<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



OPEN ACCESS

附录

附录 1. EPMD1.m

```
%无限长均匀带电薄板在中垂线上的电场强度
clear,ym=4;y=-ym:0.01:ym;%清除变量,最大坐标,坐标向量
u=-2/pi*(log(sqrt(1+y.^2))+y.*acot(y));%电荷在中垂线上的电势
figure,subplot(2,1,1)%创建图形窗口,取子图
plot(y,u,'y,-2/pi*(log(abs(y))+1),'--','LineWidth',1.5)%画电势曲线
title('无限长均匀带电薄板在中垂线上的电势','FontSize',16)%标题
xlabel('\ity/L','FontSize',16)%加横坐标
ylabel('\itU\rm(\ity\rm)\itU\rm_0','FontSize',16)%加纵坐标
legend('无限长均匀带电薄板','无限长带电直线')%加图例
ylim([-2,2]),grid on%纵坐标范围,加网格

e=2/pi*atan(1./y);%电荷在中垂线上的场强
%e=2/pi*acot(z);%电荷在中垂线上的场强(同上)
subplot(2,1,2)%取子图
plot(y,e,'y,2/pi./y,'--',0,0,'*', 'LineWidth',1.5)%画曲线
title('无限长均匀带电薄板在中垂线上的场强','FontSize',16)%标题
xlabel('\ity/L','FontSize',16)%加横坐标
ylabel('\itE\rm(\ity\rm)\itE\rm_0','FontSize',16)%加纵坐标
legend('无限长均匀带电薄板','无限长带电直线')%加图例
```

```
ylim([-2,2]),grid on%纵坐标范围,加网格
```

附录 2.EPMD2.m

```
%等量异号均匀带电无限长平行薄板在中垂线上的电势和电场强度的合成
clear,d=0.3;y=linspace(-1,1,200);%清除变量,距离,坐标向量
u1=-2/pi*(log(sqrt(1+(d+y).^2))+(d+y).*acot((d+y)));%正电荷在中垂线上的电势
u2=2/pi*(log(sqrt(1+(d-y).^2))+(d-y).*acot((d-y)));%负电荷在中垂线上的电势
figure,subplot(2,1,1)%创建图形窗口,取子图
plot(y,u1,'-',y,u2,'-',y,u1+u2,'LineWidth',2)%画曲线族
legend('\itU\rm^+','\itU\rm^-','\itU\rm^D=\itU\rm^++\itU\rm^-')%图例
title('等量异号均匀带电无限长平行薄板在中垂线上的电势','FontSize',16)%标题
xlabel('\ity/L','FontSize',16)%显示横坐标
ylabel('\itU\rm(\ity\rm)\itU\rm_0','FontSize',16)%显示纵坐标
text(0,0,['\itd/L\rm=',num2str(d)],'FontSize',16)%显示距离文本
grid on%加网格

e1=2/pi*acot(d+y);e2=2/pi*acot(d-y);%正,负电荷在轴线上场强
subplot(2,1,2)%取子图
plot(y,e1,'-',y,e2,'-',y,e1+e2,'LineWidth',2)%画曲线族
legend('\itE\rm^+','\itE\rm^-','\itE\rm^D=\itE\rm^++\itE\rm^-')%图例
title('等量异号均匀带电无限长平行薄板在中垂线上的电场强度','FontSize',16)%标题
xlabel('\ity/L','FontSize',16)%显示横坐标
ylabel('\itE\rm(\ity\rm)\itE\rm_0','FontSize',16)%显示纵坐标
text(0,0,['\itd/L\rm=',num2str(d)],'FontSize',16)%显示距离文本
grid on%加网格
```

附录 3.EPMD3.m

```
%等量异号均匀带电无限长平行薄板中垂线上的电势和电场强度
clear,d=0.1:0.1:0.4;y=linspace(-1,1,200);%清除变量,距离向量,坐标向量
[Y,D]=meshgrid(y,d);%坐标和距离矩阵
U1=-2/pi*(log(sqrt(1+(D+Y).^2))+(D+Y).*acot((D+Y)));%正电荷在中垂线上的电势
U2=2/pi*(log(sqrt(1+(D-Y).^2))+(D-Y).*acot((D-Y)));%负电荷在中垂线上的电势
U=U1+U2;%合电势
figure,subplot(2,1,1)%创建图形窗口,取子图
plot(y,U(1,:),y,U(2,:),'-',y,U(3,:),'-',y,U(4,:),'','LineWidth',2)%画曲线族
legend([repmat('\itd/L\rm=',length(d),1),num2str(d)])%图例
xlabel('\ity/L','FontSize',16)%显示横坐标
ylabel('\itU\rm^D(\ity\rm)\itU\rm_0','FontSize',16)%显示纵坐标
title('等量异号均匀带电无限长平行薄板不同距离在中垂线上的电势',...
'FontSize',14)%标题
grid on%加网格
```

```

E=2/pi*acot(D+Y)+2/pi*acot(D-Y);%电荷在轴线上场强
subplot(2,1,2)%取子图
plot(y,E(1,:),y,E(2,:),'--',y,E(3,:),'-',y,E(4,:),'.','LineWidth',2)%画曲线族
legend([repmat('\itd/L\rm=',length(d),1),num2str(d')])%图例
xlabel('\ity/L','FontSize',16)%显示横坐标
ylabel('\itE\rm^D(\ity\rm)\itE\rm_0','FontSize',16)%显示纵坐标
title('等量异号均匀带电无限长平行薄板不同距离在中垂线上的场强',...
      'FontSize',14)%标题
grid on%加网格

```

附录 4.EPMD4.m

```

%等量异号均匀带电无限长平行薄板在中垂线上电场强度的均匀度
clear,d=0:0.01:1;%清除变量,距离向量
ec0=4/pi*acot(d);ecd=2/pi*acot(2*d)+1;figure%中心和边缘场强,创建图形窗口
plot(d,ec0,'--',d,ecd,'-',d,ecd-ec0,'LineWidth',1.5)%画线
title('等量异号均匀带电无限长平行薄板在中垂线上电场强度的均匀系数',
      'FontSize',12)%标题
xlabel('\itd/L','FontSize',16)%显示横坐标
legend('\itE\rm^D(0)','\itE\rm^D(\itd\rm)','\itk'),grid on%图例,加网格
symsd positive,k=2/pi*acot(2*d)+1-4/pi*acot(d)%均匀系数
km=0.01;f=inline(k-km);%最大均匀系数,内联函数
dm=fzero(f,[0,1])%半距
hold on,plot(dm,km,'x')%保持属性,画点
text(dm,km,[num2str(dm),' ',num2str(km)],'FontSize',16)%显示数值

```