融入思政元素的《概率论》教学案例分析

宋 月，冯海林

西安电子科技大学数学与统计学院 陕西西安

【摘要】《概率论》是理工科大学的一门基础课程，它思维独特，既有理论又面向实际问题。课程的很多概念、方法和实例都隐含了很强的思政元素。当下《概率论》课程的思政教育作用并未得到充分挖掘和发挥，依然存在教学与思政“两层皮”，教师觉得“难以施展”，学生“叫苦连连”的境地，基于此本文探索《概率论》课程思政的实际案例教学，以解决课程思政元素和课程内容的融合问题。

【关键词】概率论；课程思政；案例

Analysis on the teaching case of probability theory with ideological and political elements

Yue Song, Hailin Feng

School of mathematics and statistics, Xi'an University

【Abstract】Probability theory is a basic course in Universities of science and engineering. It has unique thinking, both theoretical and practical problems. Many concepts, methods and examples of the course contain strong ideological and political elements. At present, the role of probability theory in Ideological and political education has not been fully explored and brought into play. There are still "two layers" between teaching and ideological and political education. Teachers feel "difficult to perform" and students "complain repeatedly". Based on this, this paper explores the actual case teaching of probability theory in Ideological and political education, so as to solve the integration of Ideological and political elements and curriculum content.

【Keywords】Probability Theory Curriculum Thought and Politics Case

1 结合案例进行辩证唯物注意教育

概率论的第一次课肯定会介绍这门课程的基本内容、背景、应用以及发展历程。在概率论课程背景和简史的介绍中，列举概率论发展过程中有突出意义的发现、论文等，引导学生体会概率论发展过程中一个个难题是如何被解决的，渗透知识是不断变化发展的，要学会运动变化的观点来研究事物，擅于发现问题、提出问题，科学研究需要勤奋和毅力。

概率论是研究随机现象规律性的科学，怎么去研究随机现象呢？规律又该如何去刻画呢？概率论通过随机试验的办法再现随机现象，从而使探索其规律性变得可能。所谓的随机试验就是：（1）在试验前不能断定其将发生什么结果，但可明确指出或说明试验的全部可能结果是什么；（2）在相同的条件下试验可大量地重复；（3）重复试验的结果是以随机方式或偶然方式出现的。这不是实践的观点在概率论中的具体应用么。

介绍频率时，可以引用历史上著名的掷硬币试验（表 1）做案例，通过数据分析发现：

表 1 掷硬币试验

实验者	掷硬币次数	出现正面次数	频率
浦丰	4040	2048	0.5069
皮尔逊	12000	6019	0.5016
皮尔逊	24000	12012	0.5005
皮尔逊	36000	18003	0.5001
罗曼若夫斯基	80640	39675	0.492

事件的频率具有偶然性，事件的概率是客观存在的，具有必然性；当实验次数较少时，频率和概率可能有较大的偏差，当实验次数足够大的时候，频率呈现出稳定性，它在概率附近微小摆动。这样的背景隐含了思政素材——概率和频率的辩证关系，就是辩证法中的对立和统一，频率和概率的较大偏差体现偶然

性，频率的稳定性体现出必然性，偶然中隐含了必然，这种必然也就是事件发生的可能性大小。

2 结合案例进行传统文化核心价值观教育

概率论中两个事件的独立性定义为：$P(AB)=P(A)P(B)$。n 个事件 $A_1,A_2,\cdots,A_n$ 的独立性定义为：

$$P(A_{i_1}A_{i_2})=P(A_{i_1})P(A_{i_2}),i_1\neq i_2,i_1=1,2,\cdots,n,i_2=1,2,\cdots,n$$

$$P(A_{i_1}A_{i_2}A_{i_3})=P(A_{i_1})P(A_{i_2})P(A_{i_3}),i_1\neq i_2\neq i_3,i_1=1,2,\cdots,n,i_2=1,2,\cdots,n,i_3=1,2,\cdots,n$$

$$P(A_{i_1}A_{i_2}\cdots A_{i_k})=P(A_{i_1})P(A_{i_2})P(A_{i_k}),i_1=1,2,\cdots,n,i_2=1,2,\cdots,n,i_k=1,2,\cdots,n,k=1,2,\cdots n$$

案例一：假定海边的一块石头受到海浪冲击变成鹅卵石的概率为 p，求在 n 次冲击过程中石头变成鹅卵石的概率。

设 A_i 表示第 i 次冲击变成鹅卵石，$i=1,2,\cdots,n$； A 表示 n 次冲击过程中变成鹅卵石。由题意可知 $P(A_i)=p$，且 A_1，A_2，$\cdots A_n$ 相互独立，故有

$$P(A)=P(\bigcup_{i=1}^{n}A_i)=1-P(\overline{A_1})P(\overline{A_2})\cdots P(\overline{A_n})=1-(1-p)^n。$$

当 n=500， $p=0.004$ 时， $P(A)=0.865$。

只要 $p<1$，就能得出

$\lim\limits_{n\to\infty}P(A)=\lim\limits_{n\to\infty}(1-(1-p)^n)=1$。

由此可以看出，尽管石头受到海浪冲击一次变成鹅卵石是小概率事件，但次数多了，日积月累，发生故障的概率趋近于 1，量变引起了质变。说明确定目标后，只要坚持，总是可以成功的。启发我们学习、做事贵在坚持，要有恒心。“水滴石穿”、“锲而不舍，金石可镂”、“勿以恶小而为之，勿以善小而不为”都是由理论依据的。

3 结合案例进行团队精神教育

案例二：三人独立破译密码，若各人能破译的概率分别为 0.45，0.5，0.55，则由于事件的独立性，密码被破译的概率为

$1-(1-0.45)(1-0.5)(1\text{-}0.55)=0.88$，该密码被破译的概率明显提高。这不是很好的诠释了谚语：三个臭皮匠，顶个诸葛亮；一根筷子容易折，十根筷子坚如铁么。通过该例子引导学生处理问题时集思广益、强化团队精神。

讲完二项分布以后，运用二项分布解决相关的实际问题案例。

案例三：某纺织厂有 80 台纺织机，每台纺织机工作与否相互独立，若每台纺织机故障的概率都是 0.01，现有两种方案配备维修人员，方案一：配备 4 名维修工，每人负责 20 台纺织机；方案二，配备 3 名维修工，3 人共同负责这 80 台机器。试比较两种方案下纺织机发生故障时需要等待的概率，哪种方案更好一些？

用随机变量 X 表示发生故障的纺织机数量，则

方案一： $X\sim B(20,0.01)$，此时每一组纺织机发生故障时需要等待的概率为

$$P(X>1)=1-P(X\leq 1)=1-C_4^0(0.01^0)(0.99^4)-C_4^1(0.01)(0.99)^3\approx 0.0175$$

此时 80 台机器发生故障时需要等待的概率就是四组中每一组纺织机发生故障时需要等待是少有一个发生的概率，因而 80 台机器发生故障时需要等待的概率肯定大于 0.0175。

方案二： $X\sim B(80,0.01)$，此时 80 台纺织机发生故障时需要等待的概率为

$$P(X>4)=1-P(X\leq 3)=1-C_{80}^0(0.01^0)(0.99^{80})-C_{80}^1(0.01)(0.99)^{79}-C_{80}^2(0.01)^2(0.99)^{78}$$

$$-C_{80}^3(0.01)^3(0.99)^{77}\approx 1-e^{-8}-8e^{-8}-\frac{8^2}{2}e^{-8}-\frac{8^3}{3!}e^{-8}\approx 0.0091$$

可见第二种方案下，虽然配备的维修工数量少，但由于团结协作，发生故障后需要等待的概率反而低一些。老师可以借助此例渗透个人的力量是有限的，只有个人投入到集体团队中，良好沟通和协作，才能发挥巨大的力量。

4 结合案例进行诚信教育

《伊索寓言》中“孩子与狼”是学生们耳熟能详的故事。大意是：某一天孩子恶作剧在山上喊：“狼

来了!狼来了”，村民闻声便去打狼，可到山上，发现狼没有来；第二天仍在山上大喊“狼来了!狼来了”；第三天，狼真的来了，可无论小孩怎么喊叫，也没有人来救他，因为他前两次说谎了，人们不再相信他了。

案例四：用贝叶斯公式来计算该寓言中村民对小孩的可信程度。

分析：用事件 A 表示“小孩说谎”，事件 B 表示“小孩可信”，则事件 $\overline{B}$ 表示“小孩不可信”。

不妨假设以前村民对小孩的信任程度 $P(B)=0.85$，$P(\overline{B})=0.15$，“可信的孩子说谎”的可能性大小 $P(A|B)=0.1$。“不可信的孩子说谎”的可能性大小 $P(A|\overline{B})=0.5$，

现求第一次小孩说谎后，村民对小孩的可信度，即 $P(B|A)=?$

解：第一次小孩说了谎，即事件 A 发生条件下，村民对小孩的可信度从 0.85 改变为：

$$P(B|A)=\frac{P(B)P(A|B)}{P(B)P(A|B)+P(\overline{B})P(A|\overline{B})}$$

$$=\frac{0.85\times0.1}{0.85\times0.1+0.15\times0.5}=0.53125$$

即一次说谎后信任程度就由 0.85 降为 0.53125。

再设村民对小孩的信任程度为 $P(B)=0.53125$，$P(\overline{B})=0.46875$，依然用贝叶斯公式，得小孩第二次说谎后

$$P(B|A)=\frac{P(B)P(A|B)}{P(B)P(A|B)+P(\overline{B})P(A|\overline{B})}$$

$$=\frac{0.53125\times0.1}{0.53125\times0.1+0.46875\times0.5}=0.18478$$

此结果表明两次说谎后可信度已经非常低了，只有 0.18478。所以第三天，狼真的来了，可无论小孩怎么喊叫，也没有人来救他，因为他前两次说谎了，人们不再相信他了。

由此寓言计算结果引申，社会主义核心价值观的重要内容之一是诚实守信，诚实守信也是中华民族的传统美德，是每个公民立身处世的根本。作为一名大学生，在学习方面，要端正学习态度，杜绝考试作弊等不诚信的行为；在与人交往方面，要做到言行一致、以诚待人，说话、办事讲信用；在经济方面，要信守契约，不随意拖欠学费，借钱、贷款要按时还款；在求职就业方面要诚信，杜绝简历造假，自觉履行合同，不随意违约。

案例五：考试运气问题

某高校的一次大学英语期末考试包括英语听力，语法结构，阅读理解，综合填空和写作等方面。试卷除英文写作占 15 分外，其余 85 道题都是单项选择题，每题 1 分，有 A,B,C,D 四个选答案，要求学生从中选择出正确答案。这种考试方法让有的学生产生碰运气的侥幸心理，那么靠运气能通过这次大学英语考试吗？

解：假设英语作文可得 9 分，及格成绩按 60 分计算，85 道选题题必须至少答对 51 道题。如果仅靠碰运气的话，则每道题答对的概率是 0.25，答错的概率是 0.75，假定每道题的解答相互不受影响，因此将解答 85 道题看成做了 85 重伯努利试验。设随机变量 X 表示答对的题目数量，从而，靠运气通过大学英语考试的概率为

$$P(X\geq51)=\sum_{k=51}^{85}C_{85}^{k}(0.25)^{k}(0.75)^{85-k}\approx8.74\times10^{-12}$$

计算结果可以看出，这概率非常小，几乎是一个不可能发生的事件。它相当于在 1000 亿个想碰运气的考生中，仅有 0.874 人通过这次英语考试。

由此可以看出想靠运气通过考试是不可能的，作为一名学生，需要端正学习态度，勤奋努力才能取得好的成绩。

5 结合案例进行爱国主义教育

数学期望时概率论中的核心概念，学生必须重点掌握，讲到期望的应用，可以结合当前的疫情防控的热点举例子。

案例六：据中新网西安 4 月 19 日电，4 月 2 日至今，西安市共组织开展了 17 论区域核酸检测，8 论全市全域核酸检测，重点区域核酸检测 9 轮，累计检测 1.2 亿人次。形成鲜明对比的是，2020 年 11 月英国利物浦市尝试实施整个城市的大规模核酸检测，他们计划用两周的时间对全市 50 万人进行检测，然而两周过后连一半的都没有检测到。令人为傲的中国速度是怎么做到的呢？隐藏在背后的是混采检测技术，即一组人的拭子样本混合于一个采集管中进行核酸检测，若检测呈现阳性，再对该组人逐个检测。西安采用 1：5 和 1：10 的混采核酸检测，这种检测技术真能提高检测效率吗？可用期望来解答此问题。用随机变量 X 表示某人的拭子需要做核酸检测的次数，我们对西安市全部市民进行分组，每 k 个人构成一组进行混合检测。

假定每个人检测为阳性的概率是 p 。则

$$X=\begin{cases}\frac{1}{k}, & \text{检测是阴性}\\ 1+\frac{1}{k}, & \text{检测发现阳性}\end{cases},$$

从而 $P(X=\frac{1}{k})=(1-p)^k$，

$P(X=1+\frac{1}{k})=1-(1-p)^k$，则随机变量 X 期望为：

$$EX=\frac{1}{k}\cdot(1-p)^k+(1+\frac{1}{k})(1-(1-p)^k)=1-(1-p)^k+\frac{1}{k}$$

以西安市的核酸检测为例，截至 2021 年 12 月 26 日，西安市共有新冠肺炎感染者 651 例，整体的感染率不足万分之一，选择 k 等于 5，利用上述公式可计算得到 EX 大约是 0.2005。这意味着西安市 1 千 3 百万人口只需要做约 260 万次的拭子试验，即可完成一次全员核酸检测，这显然这大大提高了检测效率。通过该案例，可以让学生们感受到中国速度，没有一个国家能像我们的祖国一样抗议成功，激发学生的爱国情怀。

上文列举的思政案例仅仅是抛砖引玉，这些在《概率论》课程可能用到的思政素材在应用过程中切记堆砌，应该是讲课过程中有机融合，润物细无声，达到立德树人的目的。教师作为课程的主体，首先应该充分学习领会党的各项教育方针、明确并充分理解社会主义核心价值观和辩证唯物主义思想、及时关注社会热点问题，熟悉并挖掘与数理统计课程有关的思政素材，才有可能做到将思政素材中的“闪光点”与《概率论》课程知识体系“盐浸式”的有机融合。其次，应该发挥集体的力量，集大家之所长，多讨论，找准德育要素的切入点以及教学方法、载体途径；最后老师也需要经常反思，素材用的是否恰当，学生有没有反感，运用的素材是不是达到了育人的目的，通过问卷调查不断总结经验达到课程思政育人的目的。

参考文献

[1] 路伟华，李政，邓宇《概率论与数理统计》教学中对课程思政理念的践行，创新教育研究，2021，9（1）

[2] 马昕《概率论与数理统计》课程思政教学改革的实践与探索 高教学刊 2021(3)

[3] 刘巧静 赵守江，《概率论与数理统计》课程思政元素的探讨 科教导刊（电子版），2020，7 月

收稿日期： 2022 年 5 月 20 日
出刊日期： 2022 年 7 月 25 日
引用本文： 宋月，冯海林，融入思政元素的《概率论》教学案例分析[J]. 国际教育学, 2022, 4(3) : 4-7.

DOI: 10.12208/j.ije.20220066
检索信息： RCCSE 权威核心学术期刊数据库、中国知网（CNKI Scholar）、万方数据（WANFANG DATA）、Google Scholar 等数据库收录期刊