

## Polyakov 圈效应对费米分布和热力学势函数的影响

卢琪<sup>1</sup>, 麻志君<sup>1,2\*</sup>, 陆振烟<sup>1,2</sup>, 赵宇清<sup>1,2</sup>, 付响云<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>湖南科技大学物理与电子科学学院 湖南湘潭

<sup>2</sup>智能传感器与新型传感材料湖南省重点实验室 湖南湘潭

**【摘要】** 作为描述自旋为半整数粒子最概然分布的费米分布函数, 在物理学及其他自然科学领域获得广泛应用。为描述强作用物质禁闭和解禁闭现象而将 Polyakov 圈引进量子色动力学低能有效模型之后, 费米分布函数被修正。通过比较和分析费米分布函数的标准形式与包含 Polyakov 圈效应后的修正形式, 详细讨论二者的差别并探究二者随粒子能量与化学势的差值、温度和动量的变化行为。从数值上看, 虽然修正后的费米分布函数与其标准形式有所不同, 但仍然严格满足泡利不相容原理, 即每个量子态上的平均粒子数仍处在 $[0,1]$ 范围内。最后详细讨论 Polyakov 圈效应对夸克热力学势函数的影响。

**【关键词】** 分布函数; QCD 有效模型; 热力学; Polyakov 圈

**【基金项目】** 湖南省自然科学基金 (2021JJ40188, 2020JJ5154, 2020JJ4284); 湖南省教育厅科学研究项目 (21A0297, 20B219, 19C0772); 湖南科技大学博士启动基金 (E52059); 湖南科技大学大学生创新训练项目 (S202110534058, YZ2148)。

### Polyakov loop effects on the Fermi distribution and thermodynamic potential functions

Qi Lu<sup>1</sup>, Zhijun Ma<sup>1,2\*</sup>, Zhenyan Lu<sup>1,2</sup>, Yuqing Zhao<sup>1,2</sup>, Xiangyun Fu<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>School of Physics and Electronics, Hunan University of Science and Technology, Xiangtan

<sup>2</sup>Hunan Provincial Key Laboratory of Intelligent Sensors and Advanced Sensor Materials, Xiangtan

**【Abstract】** The Fermi distribution function, as the most probable distribution of a particle system with half-integer intrinsic spin, has been widely used in physics and other natural sciences. However, to describe the deconfinement phase transition of strongly interacting matter, the Polyakov loop is introduced to the QCD low-energy models, and the Fermi distribution function is modified. By comparing and analyzing the standard form of the Fermi distribution function with the modified one, the differences between these two quantities are discussed and their behaviors with the difference between particle energy and chemical potential, temperature, and momentum are explored. It is found that although the modified Fermi distribution function is analytically different from its standard form, it still strictly satisfies the Pauli exclusion principle, that is, the average number of particles in each quantum state is in the range  $[0,1]$ . Finally, the influence of the Polyakov loop effects on the thermodynamic potential function is also discussed in detail.

**【Keywords】** Distribution function; QCD effective model; Thermodynamics; Polyakov loop

#### 1 引言

量子色动力学 (QCD) 是一个非阿贝尔规范理论, 并被广泛认为是描述夸克与胶子间强相互作用的正确理论。QCD 具有渐近自由的特性, 即当夸克之间距离很小时, 它们之间的强相互作用很弱, 夸克甚至会接近于自由状态<sup>[1]</sup>。因此在高能区, QCD

可以按照耦合常数展开<sup>[2]</sup>。在这方面, 微扰 QCD 获得很大成功。但是随着能标逐渐降低, 跑动耦合常数增大, 微扰 QCD 不再适用, 且甚至会碰到热力学自洽性问题<sup>[3,4]</sup>。此时, 对 QCD 相图及强相互作用物质性质的描述, 需要借助于一些 QCD 低能有效理论或有效模型。基于 QCD 手征对称性的破缺和恢

\*通讯作者: 麻志君

复, Nambu-Jona-Lasinio (NJL) 模型被提出<sup>[5,6]</sup>, 并被广泛应用于研究 QCD 相变和夸克物质性质等。NJL 模型包含 QCD 的一些基本性质, 并且参数数目很少, 是一个较为成功的 QCD 低能有效模型: 通过较为简单的计算就可以对物理上的想法进行检验。NJL 模型给出的 Pion 超流能量密度与斯特藩-玻尔兹曼极限比值的峰值点与手征微扰论及格点数据符合得非常好<sup>[7]</sup>, 而零温下拓扑磁化率的预测数值<sup>[8]</sup>也与手征微扰论<sup>[9,10]</sup>和格点数据<sup>[11]</sup>定量上一致, 甚至前者在有限温下提供比手征微扰论更准确的数据<sup>[12]</sup>。除此之外, 文献<sup>[13-15]</sup>还进一步将零温 and 有限温下多种热力学量的 NJL 模型结果与格点数据作了比较, 结果表明二者符合得较好。但是 NJL 模型也有一些缺陷, 比如说它不能够描述 QCD 的色禁闭现象<sup>[16]</sup>。NJL 模型的相互作用是定域的四费米子相互作用, 缺少禁闭机制使得这个模型的应用受到较大限制。

为了弥补这个缺陷, 物理学家们将 Polyakov 圈<sup>[17]</sup>引入到理论中, NJL 模型因此被推广到 PNJL 模型情形<sup>[18]</sup>。包含 Polyakov 圈效应的 PNJL 模型对热力学的讨论与格点计算结果相吻合<sup>[19,20]</sup>, 是较成功的理论模型, 比如有限密度下的 QCD 相图可以很好地由 Polyakov 势给出<sup>[21-25]</sup>。其实, 不仅仅是 NJL 模型可以引入 Polyakov 圈, 其他一些 QCD 低能有效模型, 比如线性 sigma 模型<sup>[26]</sup>、夸克介子模型<sup>[27]</sup>等, 都可以引入 Polyakov 圈以拓展所对应理论来模拟和反映退禁闭相变和色禁闭现象。但是需要指出的是: 在理论模型中引入 Polyakov 圈之后, 针对于费米子适用的费米分布函数不再保持原来的形式<sup>[28,29]</sup>。换句话说就是在考虑 Polyakov 圈效应修正之后, 费米分布函数表达式有所变化。而我们知道, 由于费米系统中众多热力学量与费米分布函数直接相关, 修正后的费米分布函数势必会对整个系统的热力学性质产生影响。

对于全同费米子组成的系统, 泡利不相容原理告诉我们: 由一套量子数描述的每一个量子态上, 至多可容纳一个同种类粒子。基于此假设及等概率原理, 推导得到描述费米系统不同量子态上平均粒子数的分布函数, 即费米分布函数。在费米统计被提出之前, 物理学家们将白矮星内部原子核和电子均视为经典理想气体, 服从玻尔兹曼分布, 但理论

计算表明气体压强没法阻抗星体自身的引力塌缩。最后是基于费米分布函数及费米统计, 才由福勒和钱德拉塞卡解决了这个“白矮星之谜”。费米分布函数在物理学各个领域获得广泛应用, 其正确性经受住了很多检验。标准的费米分布函数具有特定的性质, 当 Polyakov 圈效应对分布函数有所修正之后, 是否还会严格遵从泡利不相容原理? 另外, 热力学势作为热力学系统的特性函数, 与费米分布函数直接关联。当系统热力学势函数确定下来之后, 其他热力学量均可以由微分关系得到。因此, Polyakov 圈效应如何影响费米分布函数乃至系统热力学势等热力学量? 这些都是非常值得探讨的问题。

### 2 Polyakov 圈效应与费米分布函数

在 NJL 模型中, 费米子的分布服从标准的费米-狄拉克统计。但是由于 NJL 型不能够描述 QCD 禁闭现象, 需要将 NJL 模型作进一步推广, 即将 Polyakov 圈效应包含进来, 此时分布函数将发生变化。包含 Polyakov 圈效应的 PNJL 模型拉氏量为

$$\mathcal{L}_{\text{PNJL}} = \bar{q}(i\gamma_{\mu}D^{\mu} - \hat{m})q + \frac{G}{2}[(\bar{q}q)^2 + (\bar{q}i\gamma_5\vec{\tau}q)^2] - \mathcal{U}(\bar{\phi}, \phi, T) \dots \dots \dots (1)$$

其中  $q = (u, d)^T$  表示夸克场矩阵,  $D_{\mu} = \partial^{\mu} - iA^{\mu}$  表示包含外部轴矢流和矢量流的协变导数,  $\hat{m} = \text{diag}\{m_u, m_d\}$  表示夸克质量对角矩阵,  $G$  是手征对称的四费米子相互作用强度系数。式 (1) 第二项表示夸克和反夸克道的贡献, 而最后一项表示胶子场的有效势。 $\mathcal{U}(\bar{\psi}, \psi, T)$  是  $\phi = (\text{Tr}L)/N_c$ ,  $\bar{\phi} = (\text{Tr}L^+)/N_c$  和温度的函数, 其中  $N_c = 3$  是夸克颜色数目, 而  $L$  是色空间中与规范场相关的一个矩阵

$$L(\vec{x}) = \mathcal{P} \exp [i \int_0^{\beta} d\tau A_4(\vec{x}, \tau)] \dots \dots \dots (2)$$

其中  $\mathcal{P}$  是一个在虚时  $\tau = it$  中的编序算符,  $\beta = 1/T$  及  $A_4 = iA_0$ 。为了方便起见, 下文中把对  $L$  求迹之后得到的  $\phi$  和  $\bar{\phi}$  称为 Polyakov 圈<sup>[30,31]</sup>。需要强调的是, 这里采用高能物理常用的自然单位制, 即玻尔兹曼常数  $K$ 、约化普朗克常量  $\hbar$ 、光速  $c$  取值均等于 1, 即  $K = \hbar = c = 1$ 。

Polyakov 圈是表征退禁闭相变的序参量<sup>[32]</sup>: Polyakov 圈在物理真空中的值  $\phi = 0$ , 系统处于禁闭状态, 而在微扰真空中 Polyakov 圈的值趋近于 1, 系统处于退禁闭状态。虽然在夸克数目不为零时,

Polyakov 圈并不是退禁闭相变的严格序参量, 但仍可以作为表征退禁闭相变的近似序参量。这一点与非手征极限下手征凝聚不是手征相变的严格序参量, 但仍可以看做是手征相变近似序参量类似<sup>[33,34]</sup>。禁闭-退禁闭相变过程是由 QCD Z(3)中心对称性的自发破缺来表征的。在重子化学势等于零时,  $\phi = \bar{\phi}$ , 而当重子化学势不为零时, 则一般有  $\phi \neq \bar{\phi}$ 。但是,

$$\begin{aligned} \Omega_q(T, \mu) &= -2N_f T \int_0^\infty \frac{d^3p}{(2\pi)^3} [\ln(1 + 3\phi e^{-\beta\omega^-} + 3\bar{\phi} e^{-2\beta\omega^-} + e^{-3\beta\omega^-}) + \ln(1 + 3\phi e^{-2\beta\omega^+} + 3\bar{\phi} e^{-\beta\omega^+} \\ &+ e^{-3\beta\omega^+})] \dots \dots \dots (3) \end{aligned}$$

其中  $\omega^\pm = \epsilon_p \pm \mu$ , 而  $\epsilon_p = \sqrt{p^2 + m^2}$  表示粒子的相对论性能量-动量关系。在 NJL 模型和 PNJL 模型中,  $m$  一般指的是依赖于介子凝聚的夸克有效质量, 而不是数值固定不变的夸克流质量。需要指出的是, 热力学量的有限温贡献并不像其零温贡献会导致发散, 因此可以直接积分到无穷大而不需要进行截断。根据热力学势密度和粒子数密度之间的关系式, 可以得到

$$n_q = -\frac{\partial \Omega_q}{\partial \mu} = \int_0^\infty \frac{d^3p}{(2\pi)^3} [f(\omega^-) - f(\omega^+)] \dots \dots (4)$$

其中正夸克和反夸克分布函数形式  $f(\omega^-)$  和  $f(\omega^+)$  分别为<sup>[28,39]</sup>

$$f(\omega^-) = \frac{(\bar{\phi} + 2\phi e^{-\beta\omega^-})e^{-\beta\omega^-} + e^{-3\beta\omega^-}}{1 + 3(\bar{\phi} + \phi e^{-\beta\omega^-})e^{-\beta\omega^-} + e^{-3\beta\omega^-}} \dots \dots \dots (5)$$

$$f(\omega^+) = \frac{(\bar{\phi} + 2\phi e^{-\beta\omega^+})e^{-\beta\omega^+} + e^{-3\beta\omega^+}}{1 + 3(\bar{\phi} + \phi e^{-\beta\omega^+})e^{-\beta\omega^+} + e^{-3\beta\omega^+}} \dots \dots \dots (6)$$

从上面式子可以看到: 由于体现 Polyakov 圈效应的  $\phi$  和  $\bar{\phi}$  存在于修正的费米分布函数中, 它们的取值将会对每个量子态上的粒子平均占有数以及系统热力学性质产生影响。

假若我们对分布函数取极限  $\phi, \bar{\phi} \rightarrow 0$  (对应于低温情形) 时, 修正后的费米分布函数变为

$$\lim_{\phi, \bar{\phi} \rightarrow 0} f(\omega^-) = \frac{1}{1 + e^{3\beta\omega^-}} \dots \dots \dots (7)$$

上式对应的热力学势密度为  $T \ln(1 + e^{-3\beta\omega^-})$  正好对应于具有能量为  $3\epsilon_p$  的激发态贡献, 这是一个束缚态

由于  $\phi$  和  $\bar{\phi}$  的差值随温度以及磁场强度的增高, 改变并不太大<sup>[19,35]</sup>, 而且二者的一些差别也并不会对其他物理量的值造成多大影响, 所以下文中除非特别说明, 否则计算默认取  $\phi = \bar{\phi}$ 。

在平均场近似下, 夸克和反夸克对系统热力学势密度的贡献为<sup>[36-38]</sup>:

贡献。这从另一个方面上反映系统里一个夸克的平均能量大概与三分之一自由费米子的能量相同<sup>[40]</sup>, 同时也说明低温下夸克是处于禁闭状态。该式还表明低温下单夸克和双夸克贡献被强烈压低, 而相比之下三夸克态是占主导地位<sup>[41]</sup>, 这一点与 QCD 的精神定性上相符。相应地如果我们取极限  $\phi, \bar{\phi} \rightarrow 1$  (对应于高温情形) 时, 修正后的费米分布函数变为

$$\lim_{\phi, \bar{\phi} \rightarrow 1} f(\omega^-) = \frac{1}{1 + e^{\beta\omega^-}} \dots \dots \dots (8)$$

这正好是费米分布函数的标准形式。对应于我们熟知的热力学势密度  $T \ln(1 + e^{-\beta\omega^-})$ 。

### 3 数值结果与讨论

#### 3.1 Polyakov 圈效应对费米分布函数的影响

在 QCD 低能有效模型中引入描述退禁闭相变的 Polyakov 圈效应之后, 费米分布函数被修正。为了研究 Polyakov 圈平均值  $\phi$  和  $\bar{\phi}$  对分布函数的影响, 本小节对费米分布函数的形式和修正形式进行详细比较。

在图 1 中, 我们给出  $T = 20\text{MeV}$  时分布函数随粒子能量与化学势的差值  $\omega^-$  的变化曲线, 其中实线、虚线、点线和点虚线分别对应 Polyakov 圈效应修正值  $\phi = 1, 0.7, 0.3, 0$  的情形。可以看到, 粒子分布函数总是随着粒子能量与化学势的差值单调递减:  $\epsilon_p < \mu$  时, 每个量子态上的平均粒子数  $1/2 < \bar{n}_p < 1$ ;  $\epsilon_p = \mu$  时, 每个量子态的平均粒子数  $\bar{n}_p = 1/2$ ;  $\epsilon_p > \mu$  时, 每个量子态上的平均粒子数  $0 < \bar{n}_p < 1/2$ , 用公式表示即为:

$$\begin{cases} \bar{n}_p > 1/2, \epsilon_p < \mu, \\ \bar{n}_p = 1/2, \epsilon_p = \mu, \dots \dots \dots (9) \\ \bar{n}_p < 1/2, \epsilon_p > \mu. \end{cases}$$

此外,  $\epsilon_p \ll \mu$  时, 每个量子态上的平均粒子数  $\bar{n}_p$  为 1;  $\epsilon_p \gg \mu$  时, 每个量子态上的平均粒子数  $\bar{n}_p = 0$ 。从上式来看, 有限温度下包含 Polyakov 圈效应的修正费米分布函数的取值范围仍为  $[0,1]$ , 且都在  $\epsilon_p = \mu$  时相交于  $\bar{n}_p = 1/2$ , 这一点与泡利不相容原理以及标准费米分布函数保持一致。

同时可以看出, 随着修正值  $\phi$  在  $[0,1]$  区间增大, 费米分布函数曲线在  $\epsilon_p = \mu$  附近的斜率降低, 说明禁闭程度越强, 每个量子态上的平均粒子数  $\bar{n}_p$  在  $\epsilon_p = \mu$  附近变化程度越大。如果仅考查费米能级以上的粒子分布情况 (即  $\epsilon_p > \mu$  区域), 则与标准费米分布函数 (实线) 相比, 包含 Polyakov 圈效应时费米能级以上的粒子数较少, 这与 Polyakov 圈效应所体现的禁闭现象相符:  $\phi$  取值越小, 禁闭程度越强, 费米子则更多地占据能量低的量子态。

在图 2 中, 我们给出粒子能量与化学势的差值为 100 MeV 时, 分布函数随着温度的变化曲线。对于不同  $\phi$  值, 费米分布函数均随温度的增加从零温时的零值单调递增。 $\phi$  越小, 同一温度下每个量子态上的平均粒子数  $\bar{n}_p$  越小, 分布函数曲线变化程度越小, 即 Polyakov 圈效应越强, 同一温度下每个量子态上的平均粒子数  $\bar{n}_p$  越小。换句话说, 与标准费米分布函数相比 (实线), Polyakov 圈效应使得同一温度下的平均粒子数降低。另外, 随着温度趋于高温极限, Polyakov 圈效应使得每个量子态上的平均粒子数  $\bar{n}_p$  更慢趋于  $1/2$ 。

在图 3 中, 我们给出温度  $T = 50$  MeV,  $m = 100$  MeV,  $\mu = 200$  MeV 时分布函数随粒子动量的变化曲线。可以看到, 代表  $\phi$  不同取值的四条曲线均随动量增大而单调递减, 且均在动量足够大时趋于零。同时, 曲线都在同一点出现拐点, 且修正值  $\phi$  越小, 拐点处斜率越大, 意味着禁闭程度越强, 分布函数在  $1/2$  处的变化越剧烈, 而其他地方分布函数的变化则较为平缓。相比于标准费米分布函数 (实线),  $\phi$  值越小的曲线随着粒子动量的增加, 越快趋于零, 表明禁闭效应使粒子集中于粒子动量更小的状态。

在图 4 中, 我们给出粒子能量与化学势的差值为 100 MeV 时, 分布函数随 Polyakov 圈效应修正值  $\phi$  的变化曲线, 其中实线、虚线、点线和点虚线分别表示  $T = 0, 100, 200, 300$  MeV 的情形。对于  $T = 0$  的情形 (实线), 分布函数始终保持为零。但是对于温度不为零的情形, 表示三个不同温度的曲

线整体上走势相近, 均随着  $\phi$  平缓且单调增加; 温度越高, 曲线整体向上移动得越高, 表明温度越大, 每个量子态上的粒子占有数越大, 每个量子态上的粒子数在非零温下随 Polyakov 圈效应的减弱而增大。

### 3.2 Polyakov 圈效应对热力学势的影响

在图 5 中, 给出热力学势随粒子能量与化学势差值的变化曲线。可以看出, 热力学势曲线均随粒子能量与化学势差值单调递减。在  $\omega^-$  为负数时, 不同  $\phi$  值的热力学势曲线几乎重合。而当  $\omega^-$  为正数时, 四条曲线分离趋势愈发明显, 而且  $\phi$  值越小, 曲线越往下方移动。当  $\phi$  值为 0 时, 曲线衰减最快且明显偏离其他曲线。

图 6 给出粒子能量与化学势的差值为 150 MeV 时, 热力学势密度绝对值与温度四次方比值  $|\Omega_q|/T^4$  随温度的变化曲线。热力学势随温度先增大后递减,  $\phi$  值越小, 极值点向左下方偏移。当  $\phi$  为 0 时的强禁闭条件下, 极值点向右下方偏移。意味着 Polyakov 圈效应越强, 热力学势的最大值减小, 非强禁闭时热力学势随温度更快取得最大值, 强禁闭时取最大值时温度最大。

图 7 展示了  $T = 100$  MeV,  $\mu = 300$  MeV 时, 热力学势密度绝对值与化学势四次方比值  $|\Omega_q|/\mu^4$  随  $\phi$  的变化曲线, 其中实线、点线、虚线和点虚线分别对应  $\bar{\phi} = \phi, \bar{\phi} = 0.5\phi, \bar{\phi} = 0.2\phi, \bar{\phi} = 0$  的情形。图中所示曲线均随着  $\phi$  值的增加而从同一起始点单调递增, 表明  $|\Omega_q|/\mu^4$  是 Polyakov 圈效应  $\phi$  的单调递增函数。同时, Polyakov 圈效应  $\phi$  与其厄米共轭  $\bar{\phi}$  的差值越大, 曲线变化率稍微减小, 即 Polyakov 圈效应  $\phi$  与其厄米共轭  $\bar{\phi}$  的差值不为零对热力学势影响很小。

图 8 给出了  $T = 100$  MeV,  $\mu = 300$  MeV 时热力学势密度绝对值与化学势四次方比值  $|\Omega_q|/\mu^4$  随粒子动量的变化曲线, 其中实线、虚线、点线和点虚线分别对应 Polyakov 圈效应修正值  $\phi = 1, 0.7, 0.3, 0$  的情形。四条曲线均显示类似走势:  $|\Omega_q|/\mu^4$  先随着动量单调递增, 当在某个动量值处取得最大值 (不同曲线最大值的位置不一样) 后, 曲线开始随动量的增加而逐渐递减, 并在动量足够大时趋于零。可以看出,  $\phi$  取值越小,  $|\Omega_q|/\mu^4$  的极值点的位置越低且位置也越向左下方偏移, 这表明 Po

lyakov 圈效应越强, 热力学势随着动量增大越快取得的最大值, 且对应最大值越小。与标准费米分布函数得到的结果相比 (实线), Polyakov 圈效应使得系统热力学势密度整体上变小。由于  $\phi = 0$  表示系统处于禁闭状态, 对应于低温情形, 这进一步说

明 Polyakov 圈效应在低温时对热力学势密度的压低作用较为明显, 而在  $\phi \rightarrow 1$  时, 对应于高温情形, 对系统热力学势密度乃至其他热力学量影响逐步减小。

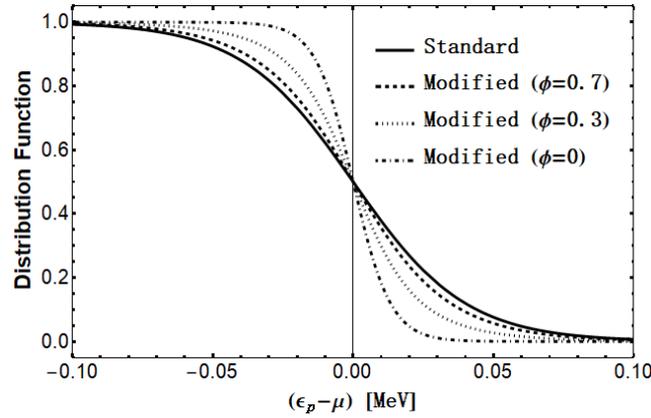


图 1 标准费米分布函数与含 Polyakov 圈效应的修正费米分布函数随粒子能量与化学势的差值的变化曲线

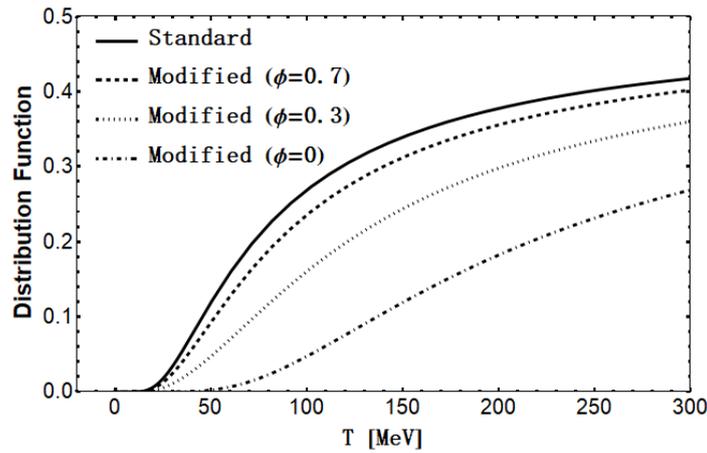


图 2 标准费米分布函数与含 Polyakov 圈效应的修正费米分布函数在粒子能量与化学势的差值为 100 MeV 时随温度变化曲线

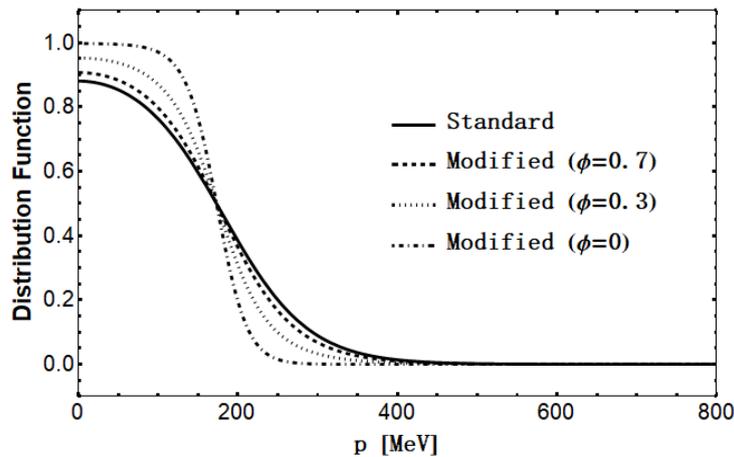


图 3 在  $T=50\text{MeV}$ ,  $m=100\text{MeV}$ ,  $\mu=200\text{MeV}$  下, 标准费米分布函数与含 Polyakov 圈效应的修正费米分布函数随粒子动量的变化曲线

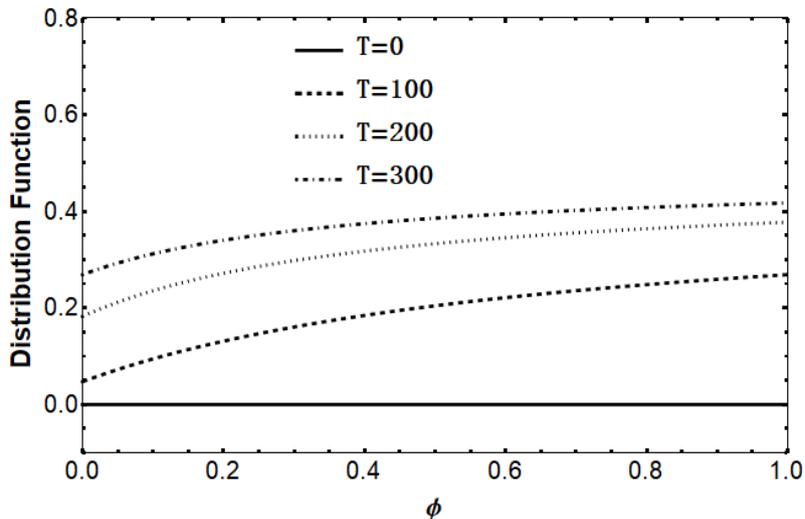


图 4 在粒子能量与化学势的差值为 100MeV 下, 费米分布函数随  $\phi$  值的变化曲线

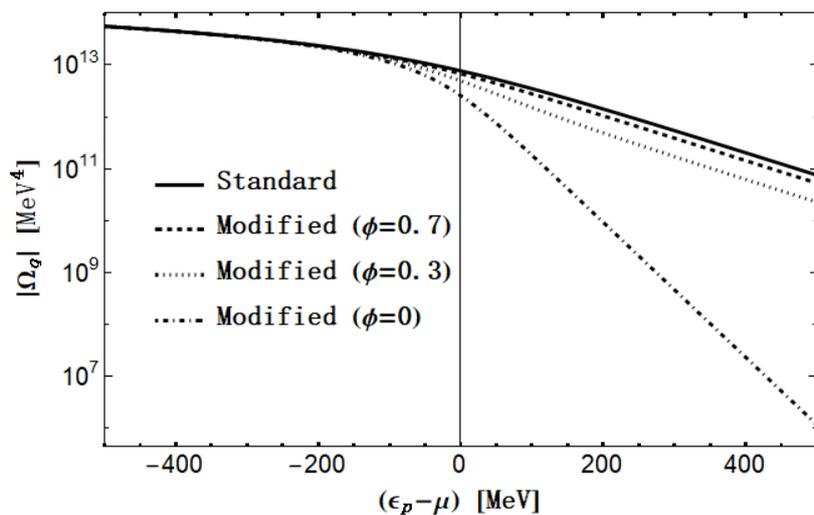


图 5 在温度  $T=100\text{MeV}$  下, 标准热力学势密度和含 Polyakov 圈效应贡献的热力学势密度随粒子能量与化学势差值的变化曲线

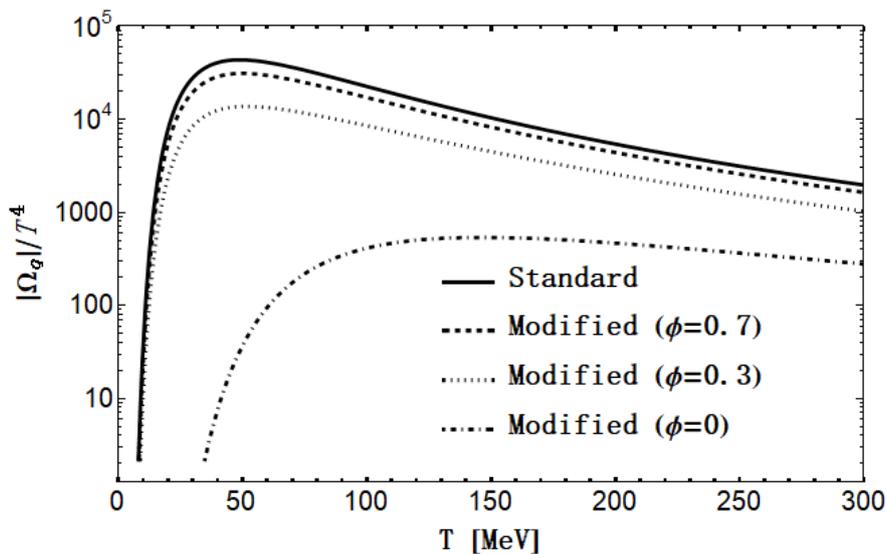


图 6 粒子能量与化学势的差值为 150 MeV 时, 标准热力学势和含 Polyakov 圈效应贡献的热力学势密度随温度的变化曲线

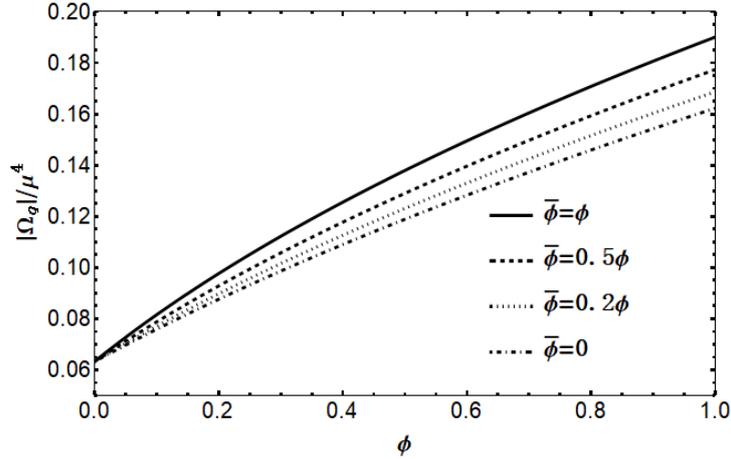


图 7 在  $T = 100 \text{ MeV}, \mu = 300 \text{ MeV}$  下, 热力学势密度随  $\phi$  值的变化曲线

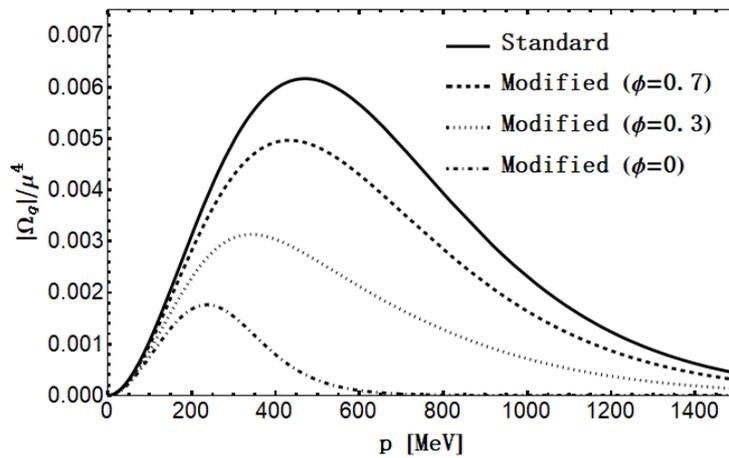


图 8 在  $T = 100 \text{ MeV}, \mu = 300 \text{ MeV}$  下, 标准热力学势和含 Polyakov 圈效应贡献的热力学势随粒子动量的变化曲线

#### 4 结论

基于泡利不相容原理得到的费米分布函数在粒子能量与化学势差值趋于负无穷大和正无穷大时, 分别趋于 0 和 1, 而在差值为零时, 费米分布函数等于 1/2。整体上, 费米分布函数的取值在 [0,1] 区间内。本文研究 Polyakov 圈效应对费米分布函数以及夸克热力学势密度的影响。可以发现: 不论是在零温还是有限温下, Polyakov 圈效应虽然改变了费米分布函数的数学形式, 但是前者并不会改变粒子能量与化学势差值的正半轴和负半轴无穷远处费米分布函数的极限值, 并且其零值都经过 1/2。从这个角度上来说, 修正后的费米分布函数仍然遵从泡利不相容原理, 并未因为引入的 Polyakov 圈效应而违反或偏离导出标准费米分布函数的假设。

当我们进一步计算 Polyakov 圈效应对夸克热力学势密度的影响时, 发现与标准费米分布函数得到

的结果相比, Polyakov 圈效应使系统热力学势密度受到压低, 且  $\phi$  值越小, 即禁闭强度越大时, 受压制得越厉害。这一点与 Polyakov 圈是禁闭-退禁闭相变的序参量相符。

值得一提的是在文献<sup>[42-44]</sup>中, 一个与温度无关但同位旋依赖的核子动量分布函数被用来研究丰中子核物质性质。该分布函数的形状是由高能电子散射、中能核光解实验数据以及一些微观多体理论计算结果来给定的。相比于标准的费米子分布函数, 该分布函数在费米动量以下的费米子平均占据数小于 1, 而在动量大于费米动量时不为零: 在粒子动量靠近但大于费米动量时, 有一个随动量增加而逐渐减小的尾巴。相当于该分布函数已经突破标准费米分布函数形式以及泡利不相容原理。不过, 本文的研究表明 Polyakov 圈效应对费米分布函数的修正形式并未超出泡利不相容原理对费米子的限定。自然界

是否存在超出费米分布和玻色分布函数所描述的量子物质行为, 有待将来的进一步发现和研究。而非非常有意思的是: 侯吉旋利用微正则系综研究囚禁于一维谐振子势阱中的无相互作用的玻色气体和费米气体的热力学性质, 发现一维谐振子势阱中理想玻色气体和费米气体的热力学性质是相同的<sup>[45]</sup>。这从侧面说明, 特定条件下的费米分布函数与玻色分布函数并不会导致绝对的差异性。

### 参考文献

- [1] S. Bethke, *Prog. Part. Nucl. Phys.* 58, 351 (2007).
- [2] J. Ghiglieri, A. Kurkela, M. Strickland, and A. Vuorinen, *Phys. Rept.* 880, 1 (2020).
- [3] J. F. Xu, G. X. Peng, Z. Y. Lu, S. S. Cui, *Sci. China Phys. Mech. Astron.* 58, 042001 (2015).
- [4] J. F. Xu, G. X. Peng, F. Liu, D. F. Hou, L. W. Chen *Phys. Rev. D* 92, 025025 (2015).
- [5] Y. Nambu and G. Jona-Lasinio, *Phys. Rev.* 122, 345 (1961a) 88; *Phys. Rev.* 124, 246 (1961b).
- [6] T. Hatsuda and T. Kunihiro, *Phys. Rept.* 247, 221 (1994).
- [7] Z. Y. Lu, C. J. Xia, and M. Ruggieri, *Eur. Phys. J. C* 80, 46 (2020).
- [8] R. Gatto and M. Ruggieri, *Phys. Rev. D* 85, 054013 (2012).
- [9] Z. Y. Lu, M. L. Du, F. K. Guo, U. G. Meißner, T. Vonk, *JHEP* 05, 001 (2020).
- [10] C. G. Grilli, E. Hardy, V. J. Pardo, G. Villadoro, *JHEP* P 01, 034 (2016).
- [11] S. Borsanyi, Z. Fodor, J. Guenther, K. H. Kampert, S. D. Katz, T. Kawanai, T. G. Kovacs, S. W. Mages, P. Asztor A, F. Pittler, J. Redondo, A. Ringwald, K. K. Szabo, *Nature* 539, 69 (2016).
- [12] Z. Y. Lu and M. Ruggieri, *Phys. Rev. D* 100, 014013 (2019).
- [13] S. S. Avancini, A. Bandyopadhyay, D. C. Duarte, and R. L. S. Farias, *Phys. Rev. D* 100, 116002 (2019).
- [14] B. S. Lopes, S. S. Avancini, A. Bandyopadhyay, D. C. Duarte, and R. L. S. Farias, *Phys. Rev. D* 103, 076023 (2021).
- [15] Q. Lu, W. J. Chen, Z. Y. Lu, Y. Xu, X. Q. Li, *Acta Phys. Sin.*, 2021, 70(14): 145101 (in Chinese) [卢琪, 陈伟杰, 陆振烟, 许英, 李向前. *物理学报*, 2021, 70(14): 145101.]
- [16] M. Buballa, *Phys. Rep.* 407, 205 (2005).
- [17] P. N. Meisinger, M. C. Ogilvie. *Phys. Lett. B* 379, 163-168 (1996).
- [18] K. Fukushima, *Phys. Lett. B* 591, 277 (2004) .
- [19] C. Ratti, M. A. Thaler, and W. Weise, *Phys. Rev. D* 73, 014019 (2006).
- [20] Z. Zhang and Y. X. Liu, *Phys. Rev. C* 75, 064910 (2007).
- [21] K. Fukushima, *Phys. Rev. D* 77, 114028 (2008), [Erratum: *Phys.Rev.D* 78, 039902 (2008)].
- [22] K. Fukushima, M. Ruggieri, and R. Gatto, *Phys. Rev. D* 81, 114031 (2010).
- [23] R. Gatto and M. Ruggieri, *Phys. Rev. D* 82, 054027 (2010).
- [24] R. Gatto and M. Ruggieri, *Phys. Rev. D* 83, 034016 (2011).
- [25] R. Gatto and M. Ruggieri, *Lect. Notes Phys.* 871, 87 (2013).
- [26] M. Chernodub and A. Nedelin, *Phys. Rev. D* 83, 105008 (2011).
- [27] B. J. Schaefer, J. M. Pawłowski, and J. Wambach, *Phys. Rev. D* 76, 074023 (2007).
- [28] J. Xiong, M. Jin, and J. Li, *J. Phys. G* 36, 125005 (2009).
- [29] G. Y. Shao, X. Y. Gao, Z. D. Tang, and N. Gao, *Nucl. Sci. Tech.* 27, 151 (2016).
- [30] Z. T. Tang, G. Y. Shao, X. Y. Gao, N. Gao, W. B. He, *Nucl. Phys. Rev.*, 2017, 34: 575-579 (in Chinese) [唐占铎, 邵国运, 高雪艳, 高宁, 贺伟博. *原子核物理评论*, 2017, 34: 575-579.]
- [31] S. Roessner, C. Ratti, W. Weise, *Phys. Rev. D*, 75, 034007 (2007).
- [32] B. Svetitsky and L. G. Yaffe, *Nucl. Phys. B* 210, 423 (1982).
- [33] L. Y. He, M. Jin, and P. F. Zhuang, *Phys. Rev. D* 71, 116001 (2005).
- [34] Sasaki T, Sakai Y, Kouno H, Yahiro M. *Phys. Rev. D* 82, 116004 (2010).

- [35] Y. Wang and X. J. Wen, J. Phys. G 47, 105201 (2020).
- [36] O. Ivanytskyi, M. A. Perez-Garca, V. Sagun, and C. Albertus, Phys. Rev. D 100, 103020(2019).
- [37] Y. P. Zhao, Phys. Rev. D 101, 096006 (2020).
- [38] Z. Li, K. Xu, X. Wang, and M. Huang, Eur. Phys. J. C 79, 245 (2019).
- [39] W. J. Fu, Z. Zhang, and Y. X. Liu, Phys. Rev. D 77, 014006 (2008).
- [40] X. Li, W. J. Fu, and Y. X. Liu, Phys. Rev. D 99, 074029 (2019).
- [41] N. Chaudhuri, S. Ghosh, S. Sarkar, and P. Roy, Eur. Phys. J. A 56, 213 (2020).
- [42] B. J. Cai and B. A. Li, Phys. Rev. C 92, 011601 (2015).
- [43] B. J. Cai and B. A. Li, Phys. Lett. B 757, 79 (2016).
- [44] B. A. Li, B. J. Cai, L. W. Chen, and X. H. Li, Nucl. Sci. Tech. 27, 141 (2016).
- [45] J. X. Hou, Physics and Engineering 31(1): 31-32, 36 (2021) (in Chinese) [侯吉旋. 物理与工程 31(1): 31-32, 36 (2021).]

**收稿日期:** 2022 年 6 月 21 日

**出刊日期:** 2022 年 7 月 25 日

**引用本文:** 卢琪, 麻志君, 陆振烟, 赵宇清, 付响云, Polyakov 圈效应对费米分布和热力学势函数的影响[J]. 物理科学与技术研究, 2022, 2(1): 36-44  
DOI: 10.12208/j. pstr.20220006

**检索信息:** 中国知网 (CNKI Scholar)、万方数据 (WANFANG DATA)、Google Scholar 等数据库收录期刊

**版权声明:** ©2022 作者与开放获取期刊研究中心 (OAJRC) 所有。本文章按照知识共享署名许可条款发表。<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



**OPEN ACCESS**