孪生素数无限（反证法）

涂成如[1]，涂 月[2]

[1]江西省赣州林业工程公司 江西赣州
[2]中国上海移动公司 上海

【摘要】本文为了证明孪生素数无限，采用由小到大的 $p_1, p_2, \cdots, p_n$ 等顺序素数，从它们无限个公倍数两侧的 ∓ 1，筛留 A 式所示无限的孪生奇数，既证明了是不小于［5 与 7］孪生素数唯一无限的来源，也证明了自然数列不会存在“连续无限孪生浑合数”，也就是证明了自然数列不会存在“最大孪生素数”，因而证明了孪生素数无限。

【关键词】孪生奇数；“连续无限孪生浑合数”；“最大孪生素数”

The twin primes are infinite(Contradictory Law)

Chengru Tu[1], Yue Tu[2]

[1]Jiangxi Ganzhou Forestry Engineering Company
[2]China Shanghai Mobile Company

【**Abstract**】In this paper, in order to prove that the twin primes are infinite, thep1 , p2 ,…, pn equal-order prime numbers, from which on both sides of their infinite common multiples∓1.Sieve the infinite twin odd numbers shown in formula A, which proves that it is not less than, [5 and 7] The only infinite source of twin primes also proves that there will be no "continuous infinite twin unison" in the sequence of natural numbers, that is, it proves that there is no "maximum twin prime" in the sequence of natural numbers, thus proving that the twin primes are infinite.

【**Keywords**】Twin odd number; "Continuous infinite twin number"; "Maximum twin prime"

自 1849 年波林那克提出了孪生素数（无限）猜想，距今逾一个半世纪以来，多少为此奋斗的志士，都渴望尽早证明这一猜想，以节省今后为此所需消耗的宝贵人力和财力。

1 不小于［5 与 7］孪生素数的来源

所谓孪生奇数指的是处于从小到大的：

$p_1, p_2, \cdots, p_n$ 等顺序素数，无限个公倍数两侧 ∓ 1（指 $p_1, p_2, \cdots, p_n$ 等顺序素数的公倍数-1 与公倍数+1）的奇数，称为孪生奇数。应用幼拉脱斯展纳筛法[1]，将由小到大的 $p_1, p_2, \cdots, p_n$ 等参筛顺序素数，从它们的无限个公倍数 $L_{\infty(p_n!)}$ 起筛分别通筛自然数列，所筛留无限个公倍数两侧 ∓ 1（即以 $p_1, p_2, \cdots, p_n$ 等顺序素数的最小公倍数和以此最小公倍数为递增后继孪生奇数）的无限孪生奇数 $N_{\infty(p_n!)\mp 1}$，以式表示如下：

$$N_{1(p_n!)\mp 1},\ N_{2(p_n!)\mp 1},\ N_{3(p_n!)\mp 1}, \cdots \qquad \text{（A 式）}$$

式中：$1(p_n!)\mp 1, 2(p_n!)\mp 1, 3(p_n!)\mp 1, \cdots$ 表示无限孪生奇数的注脚式；$p_n!$ 表示从小到大 $p_1, p_2, \cdots, p_n$ 等顺序素数的乘积。

无限孪生奇数的注脚式，指出了每一对孪生奇数，所处自然数列的项位和每相邻两对孪生奇数中到中之间的自然数个数，等于参筛顺序素数的最小公倍数，而均匀地分布于自然数列。

如果应用幼拉脱斯展纳筛法，将 2 和 3 等两个顺序素数从处于它们无限个公倍数两侧的 ∓ 1，筛留｛5 与 7｝，｛11 与 13｝，｛17 与 19｝，…无限的孪生奇数，也就是筛留以 p_2 代替 p_n 的 A 式所示：

$N_{1(p_2!)\mp1}$，$N_{2(p_2!)\mp1}$，$N_{3(p_2!)\mp1},\cdots$无限的孪生奇数，因此可知自然数列没有被 2 和 3 等两个顺序素数筛掉的奇数，只有自然数的单位 1 及素数 3 以及 A 式所示$N_{1(p_2!)\mp1}$，$N_{2(p_2!)\mp1}$，$N_{3(p_2!)\mp1},\cdots$无限的孪生奇数，因而 A 式所示$N_{1(p_2!)\mp1}$，$N_{2(p_2!)\mp1}$，$N_{3(p_2!)\mp1},\cdots$无限的孪生奇数，证明了是不小于 5 的素数和不小于［5 与 7］的孪生素数，唯一的来源。因为应用幼拉脱斯展纳筛法，将从小到大的$p_1,p_2,\cdots,p_n$等顺序素数分别通筛自然数列，从它们无限个公倍数$L_{\infty(p_n!)}$两侧的∓1，都会筛留 A 式所示$N_{1(p_n!)\mp1}$，$N_{2(p_n!)\mp1}$，$N_{3(p_n!)\mp1},\cdots$无限的孪生奇数，因而证明了 A 式所示$N_{1(p_n!)\mp1}$，$N_{2(p_n!)\mp1}$，$N_{3(p_n!)\mp1},\cdots$无限的孪生奇数无限地成立，即证明了不小于 5 的素数和不小于［5 与 7］的孪生素数来源无限。

已知不小于 5 的素数和不小于［5 与 7］的孪生素数，都来源于 A 式所示的孪生奇数。例如：（以 2 和 3 等两个素数分别通筛自然数列，从 2 和 3 等两个素数无限个公倍数的∓1，筛留 A 式所示：$N_{1(p_2!)\mp1}$，$N_{2(p_2!)\mp1},N_{3(p_2!)\mp1},\cdots$无限的孪生奇数而言）：孪生素数［5 与 7］-来源于 A 式所示的第 1 对孪生奇数｛5 与 7｝，…孪生素数［17 与 19］-来源于 A 式所示的第 3 对孪生奇数｛17 与 19｝，…素数 47-来源于 A 式所示的第 8 对孪生奇数｛47 与 49｝的左侧奇数，…孪生素数［59 与 61］-来源于 A 式所示的第 10 对孪生奇数｛59 与 61｝，…孪生素数［179 与 181］-来源于 A 式所示的第 12 对孪生奇数｛179 与 181｝，…素数 163-来源于 A 式所示的第 27 对孪生奇数｛161 与 163｝的右侧奇数，…孪生素数［2267 与 2269］-来源于 A 式所示的第 378 对孪生奇数｛2267 与 2269｝，…孪生素数［1000000009649 与 1000000009651］[2]-来源于 A 式所示的第 166666668275 对孪生奇数｛1000000009649 与 1000000009651｝，…。

2 假设自然数列存在“最大孪生素数”

所谓孪生素合数：由处于同一对孪生奇数中的一个素数与一个合数组成，例如（23 与 25），…（65 与 67），…（113 与 115），…。

所谓孪生合数：指处于孪生奇数中两个相差 2 的合数，例如（119 与 121），…（185 与 187），…（1139 与 1141），…。

所谓“连续无限孪生浑合数”：指孪生素合数与孪生合数连续无限的串联。

假若“孪生素数有限”自然数列必然存在“最大孪生素数$p_{m(p_n!)\mp1}$”，紧随其后必然就是存在“连续无限孪生浑合数$c_{m_\infty(p_n!)\mp1}$”，导致 A 式所示的无限孪生奇数$N_{\infty(p_n!)\mp1}$，断绝了产生无限孪生素数来源的——无限孪生奇数$N_{m_\infty(p_n!)\mp1}$，而 A 式不能成立，也就是不能产生新的孪生素数，以式示意如下：

$$p_{m(p_n!)\mp1},c_{m_1(p_n!)\mp1},c_{m_2(p_n!)\mp1},\cdots \quad \text{（B 式）}$$

式中：$p_{m(p_n!)\mp1}$表示“最大孪生素数”；

$c_{m_1(p_n!)\mp1},c_{m_2(p_n!)\mp1},\cdots$表示“最大孪生素数”以后的“连续无限孪生浑合数”（为了简便以后均用$c_{m_\infty(p_n!)\mp1}$表示“连续无限孪生浑合数”）；

$m(p_n!)\mp1$，$m_1(p_n!)\mp1$，$m_2(p_n!)\mp1,\cdots$表示“最大孪生素数”及以后“连续无限孪生浑合数”的注脚式；

m，m_1，$m_2,\cdots$表示“最大孪生素数”及以后“连续无限孪生浑合数”的序数；

$p_n!$表示$p_1,p_2,\cdots,p_n$等顺序素数的乘积。

3 没有“最大孪生素数”——孪生素数无限

附表 1

第一区间	1，2，3，4		5	6
名称	奇数	合数	奇数	公倍数
第二区间	7	8，9，10	11	12
第三区间	13	14，15，16	17	18

说明：本表以 2 和 3 等两个素数的最小公倍数，在自然数列依次划分为无限区间，每一区间六个自然数。

如果将从小到大$p_1,p_2,\cdots,p_n$等参筛顺序素数，先以 2 和 3 等两个参筛顺序素数，从它们的 6，12，1

8，…无限个公倍数起筛，应用幼拉脱斯展纳筛法分别通筛自然数列，2 和 3 等两个顺序素数都会从处于它们无限个公倍数两侧的∓ 1，筛留｛5 与 7｝，｛11 与 13｝，｛17 与 19｝，…无限的孪生奇数，即筛留以p_2代替p_n的 A 式所示$N_{1(p_2!)\mp 1}$，$N_{2(p_2!)\mp 1}$，$N_{3(p_2!)\mp 1}$，$\cdots$无限的孪生奇数。

因而证明了在 2 和 3 等两个顺序素数分别通筛自然数列，在自然数列没有产生“连续无限孪生浑合数$c_{m_\infty(p_2!)\mp 1}$”；如果也应用幼拉脱斯展纳筛法，将 2 和 3 等两个顺序素数从它们的 6，12，18，…无限个公倍数起筛，分别通筛列于附表无限区间的自然数列可知，从第二区间开始无限的每一区间，将被 2 和 3 等两个顺序素数，分别筛掉四个合数和筛留两个彼此分开的奇数（例如：第二区间被 2 和 3 等两个顺序素数分别筛掉的 8，9，10，12 等四个合数和筛留 7，…11 等两个彼此分开的奇数；第三区间被 2 和 3 等两个顺序素数分别筛掉的 14，15，16，18 等四个合数和筛留 13，…17 等两个彼此分开的奇数；第四区间被 2 和 3 等两个顺序素数分别筛掉的 20，21，22，24 等四个合数和筛留 19，…23 等两个彼此分开的奇数；…余者类推，直至自然数列无限的每一区间，都被 2 和 3 等两个顺序素数分别筛掉四个合数和筛留两个彼此分开的奇数，也没有产生“连续无限孪生浑合数$c_{m_\infty(p_2!)\mp 1}$”）。

因而附表具体清彻无限透视了自然数列没有产生“连续无限孪生浑合数$c_{m_\infty(p_2!)\mp 1}$”；再以 2、3 和 5 等三个参筛顺序素数，从它们的 30，60，90，…无限个公倍数起筛分别通筛自然数列，都会从处于它们无限个公倍数两侧的∓ 1，筛留｛29 与 31｝，｛59 与 61｝，｛89 与 91｝，…无限的孪生奇数，即筛留以p_3代替p_n的 A 式所示$N_{1(p_3!)\mp 1}$，$N_{2(p_3!)\mp 1}$，$N_{3(p_3!)\mp 1}$，$\cdots$无限的孪生奇数，因而证明了在 2、3 和 5 等三个顺序素数分别通筛自然数列，在自然数列也没有产生“连续无限孪生浑合数$c_{m_\infty(p_3!)\mp 1}$”；再以 2、3、5 和 7 等四个参筛顺序素数，从它们的 210，420，630，…无限个公倍数起筛分别通筛自然数列，从处于它们无限个公倍数两侧的∓ 1，筛留｛209 与 211｝，｛419 与 421｝，｛629 与 631｝，…无限的孪生奇数，即筛留以p_4代替p_n的 A 式所示$N_{1(p_4!)\mp 1}$，$N_{2(p_4!)\mp 1}$，$N_{3(p_4!)\mp 1}$，$\cdots$无限的孪生奇数。

因而证明了在 2、3、5 和 7 等四个顺序素数分别通筛自然数列，在自然数列也没有产生“连续无限孪生浑合数$c_{m_\infty(p_4!)\mp 1}$”；再以 2、3、5、7 和 11 等五个参筛顺序素数从它们的 2310，4620，6930，…无限个公倍数起筛分别通筛自然数列，都会从处于它们无限个公倍数两侧的∓ 1，筛留｛2309 与 2311｝，｛4619 与 4621｝，｛6929 与 6931｝，…无限的孪生奇数，即筛留以p_5代替p_n的 A 式所示$N_{1(p_5!)\mp 1}$，$N_{2(p_5!)\mp 1}$，$N_{3(p_5!)\mp 1}$，$\cdots$无限的孪生奇数，因而证明了在 2、3、5、7 和 11 等五个顺序素数分别通筛自然数列，在自然数列也没有产生“连续无限孪生浑合数$c_{m_\infty(p_5!)\mp 1}$”；再以 2、3、5、7、11 和 13 等六个参筛顺序素数从它们的 30030，60060，90090，…无限个公倍数起筛分别通筛自然数列，都会从处于它们无限个公倍数两侧的∓ 1，筛留｛30029 与 30031｝，｛60059 与 60061｝，｛90089 与 90091｝，…无限的孪生奇数，即筛留以p_6代替p_n的 A 式所示$N_{1(p_6!)\mp 1}$，$N_{2(p_6!)\mp 1}$ $N_{3(p_6!)\mp 1}$，$\cdots$无限的孪生奇数。

因而证明了在 2、3、5、7、11 和 13 等六个顺序素数分别通筛自然数列，在自然数列也没有产生“连续无限孪生浑合数$c_{m_\infty(p_6!)\mp 1}$”）；…。经过这从小到大的$p_1, p_2, \cdots, p_n$等顺序素数分别通筛自然数列，都会筛留 A 式所示$N_{1(p_n!)\mp 1}$，$N_{2(p_n!)\mp 1}$，$N_{3(p_n!)\mp 1}$，$\cdots$无限的孪生奇数（显然只有自然数列不会存在“连续无限孪生浑合数$c_{m_\infty(p_n!)\mp 1}$”，自然数列才能筛留 A 式所示$N_{1(p_n!)\mp 1}$，$N_{2(p_n!)\mp 1}$，$N_{3(p_n!)\mp 1}$，$\cdots$无限的孪生奇数）。

因而既证明了不小于［5 与 7］孪生素数来源无限，也证明了 A 式所示$N_{1(p_n!)\mp 1}$，$N_{2(p_n!)\mp 1}$，$N_{3(p_n!)\mp 1}$，$\cdots$无限的孪生奇数无限地成立，因而证明了 A 式所示无限孪生奇数$N_{\infty(p_n!)\mp 1}$，没有断绝产生新孪生素数的——无限的孪生奇数$N_{m_\infty(p_n!)\mp 1}$（参见第 2 页有关 B 式的论述），因此证明了自然数列不会存在“连续无限孪生浑合数$c_{m_\infty(p_n!)\mp 1}$”，也就是证明了自然数列没有“最大孪生素数$p_{m(p_n!)\mp 1}$”，因而证明了孪生素数无限。

参考文献

[1] 闵嗣鹤 ，严士健.初等数论, 高等教育出版社, 2003.

[2] 楼世拓 ，邬冬华. 黎曼猜想, 辽宁教育出版社. 1987.

收稿日期：2022 年 5 月 18 日
出刊日期：2022 年 6 月 28 日
引用本文：涂成如，涂月，孪生素数无限（反证法）[J]. 国际应用数学进展, 2022, 4(1) : 29-32.
DOI: 10.12208/j. aam.20220005

检索信息：RCCSE 权威核心学术期刊数据库、中国知网（CNKI Scholar）、万方数据 （WANFANG DATA）、Google Scholar 等数据库收录期刊